

I. megoldás. A szalmaszál mozgási energiája a tömegközéppontba képzelt teljes tömeg haladó (transzlációs) mozgási energiájából és a tömegközéppont körüli forgás energiájából tevődik össze:

$$(1) \quad E = \frac{1}{2}mv_{\text{TKP}}^2 + \frac{1}{2}\Theta_{\text{TKP}}\omega^2.$$

A felezőpont sebessége a szóbanforgó pillanatban érintő irányú, nagysága pedig megegyezik a hangya sebességének szalmaszál irányú komponensével (1. ábra):

$$v_{\text{TKP}} = v_{\parallel} = v \cos \alpha.$$

A hangya sebességének a szalmaszállra merőleges komponense a tömegközéppont körüli forgás kerületi sebessége, így (R -rel jelölve a faág sugarát)

$$v_{\perp} = 3R\omega, \quad \text{ahonnan} \quad \omega = \frac{v_{\perp}}{3R} = \frac{v \sin \alpha}{3R}.$$

Hátravan még az α szög meghatározása. Az OTH háromszögben látható, hogy

$$\text{tg } \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3},$$

ahonnan trigonometriai azonosságok felhasználásával

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}, \quad \text{illetve} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

Mivel a szalmaszál tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_{\text{TKP}} = \frac{1}{12}ml^2 = 3mR^2,$$

a fenti kifejezéseket (1)-be helyettesítve a keresett energiára

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2}3mR^2 \cdot \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{9R^2} = \frac{19}{50}mv^2.$$

Jegyenés Nikoletta (Pécs, Széchenyi I. Gimn., III. o.t.) és *Négyesi Gábor* (Eger, Szilágyi E. Gimn., III. o.t.)

dolgozata alapján

II. megoldás. A szalmaszál transzlációs és forgó mozgása minden pillanatban helyettesíthető egy alkalmazan választott „pillanatnyi forgástengely” körüli forgással. Bármely pont kerületi sebessége merőleges a forgástengelyt a ponttal összekötő egyenesre, a „sugárra”. A forgástengelynek a mozgás síkjába eső pontja tehát úgy kapható meg, hogy a szalmaszál két tetszőleges pontjában merőlegest állítunk a sebességre, és megkeressük ezen egyenesek metszéspontját. Legyen ez a két pont például a szalmaszál középpontja és az a végpont, ahol a hangya van (2. ábra). A $HKF \triangleleft$ egyenlő az I. megoldásban α -val jelölt $THK \triangleleft$ -gel, mert merőleges szárú hegyesszőgek. α -t ugyanúgy határozhatjuk meg, mint az I. megoldásban. A $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$ értékek felhasználásával a HKF háromszögből

$$HF = \frac{3R}{\sin \alpha} = 5R, \quad \text{illetve} \quad FK = \frac{3R}{\text{tg } \alpha} = 4R.$$

A H pont kerületi sebessége v , tehát az F pillanatnyi forgástengely körüli forgás szögsebessége

$$\omega_F = \frac{v}{5R}.$$

A Steiner-tétel szerint a szalmaszál tehetetlenségi nyomatéka F -re vonatkoztatva

$$\Theta_F = \Theta_{\text{TKP}} + m(4R)^2 = 19mR^2,$$

a forgási energia pedig

$$E = \frac{1}{2}\Theta_F\omega_F^2 = \frac{19}{50}mv^2.$$

Jegyenés Nikoletta (Pécs, Széchenyi I. Gimn., III. o.t.) és *Mátrai Tamás* (Fazekas M. Föv. Gyak. Gimn., III. o.t.)

dolgozata alapján

Megjegyzés. Ellenőrizhető, hogy a kétféle megoldásban különböző forgástengelyekre ugyanakkora szögsebesség adódott. Ez nem véletlen, hanem általánosan igaz: bármely merev test szögsebessége független a forgástengely megválasztásától.

