I. megoldás. A szalmaszál mozgási energiája a tömegközéppontba képzelt teljes tömeg haladó (transzlációs) mozgási energiájából és a tömegközéppont körüli forgás energiájából tevődik össze:

$$E=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{TKP}}^2+\frac{1}{2}\Theta_{\mathrm{TKP}}\omega^2. \tag{1}$$

A felezőpont sebessége a szóbanforgó pillanatban érintő irányú, nagysága pedig megegyezik a hangya sebességének szalmaszál irányú komponensével (*1. ábra*):

$$v_{\mathrm{TKP}}=v_{\|}=v\cos\alpha.$$

A hangya sebességének a szalmaszálra merőleges komponense a tömegközéppont körüli forgás kerületi sebessége, így (R-rel jelölve a faág sugarát)

$$v_\perp=3R\omega,\qquad \text{ahonnan}\qquad \omega=\frac{v_\perp}{3R}=\frac{v\sin\alpha}{3R}.$$

Hátravan még az α szög meghatározása. Az OTH háromszögben látható, hogy

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{R}{3R}=\frac{1}{3},$$

ahonnan trigonometriai azonosságok felhasználásával

$$\sin\alpha=\frac{3}{5},\qquad \text{illetve}\qquad \cos\alpha=\frac{4}{5}.$$

Mivel a szalmaszál tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_{\mathrm{TKP}}=\frac{1}{12}ml^2=3mR^2,$$

a fenti kifejezéseket (1)-be helyettesítve a keresett energiára

$$E=\frac{1}{2}mv^2\cos^2\alpha+\frac{1}{2}3mR^2\cdot\frac{v^2\sin^2\alpha}{9R^2}=\frac{19}{50}mv^2.$$

Jegenyés Nikoletta (Pécs, Széchenyi I. Gimn., III. o.t.) és *Négyesi Gábor* (Eger, Szilágyi E. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. A szalmaszál transzlációs és forgó mozgása minden pillanatban helyettesíthető egy alkalmazan választott „pillanatnyi forgástengely" körüli forgással. Bármely pont kerületi sebessége merőleges a forgástengelyt a ponttal összekötő egyenesre, a „sugárra". A forgástengelynek a mozgás síkjába eső pontja tehát úgy kapható meg, hogy a szalmaszál két tetszőleges pontjában merőlegest állítunk a sebességre, és megkeressük ezen egyenesek metszéspontját. Legyen ez a két pont például a szalmaszál középpontja és az a végpont, ahol a hangya van (*2. ábra*). A $HFK\sphericalangle$ egyenlő az I. megoldásban α-val jelölt $THK\sphericalangle$-gel, mert merőleges szárú hegyesszögek. α-t ugyanúgy határozhatjuk meg, mint az I. megoldásban. A $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{4}$ értékek felhasználásával a HKF háromszögből

$$HF=\frac{3R}{\sin\alpha}=5R,\qquad \text{illetve}\qquad FK=\frac{3R}{\operatorname{tg}\alpha}=4R.$$

A H pont kerületi sebessége v, tehát az F pillanatnyi forgástengely körüli forgás szögsebessége

$$\omega_{\mathrm{F}}=\frac{v}{5R}.$$

A Steiner-tétel szerint a szalmaszál tehetetlenségi nyomatéka F-re vonatkoztatva

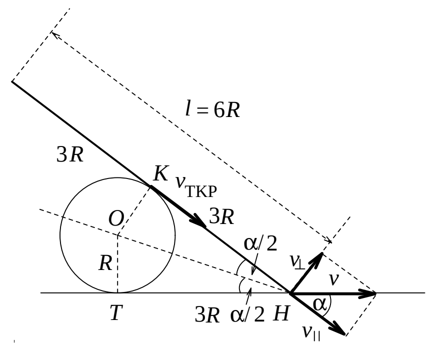
$$\Theta_{\mathrm{F}}=\Theta_{\mathrm{TKP}}+m(4R)^2=19mR^2,$$

a forgási energia pedig

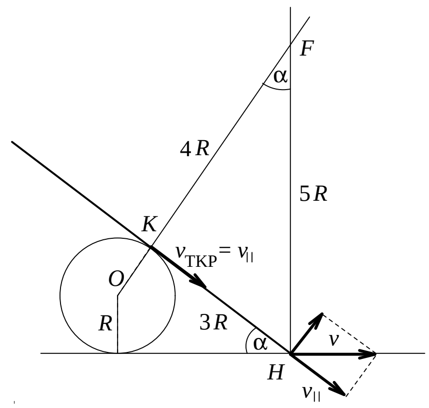
$$E=\frac{1}{2}\Theta_{\mathrm{F}}\omega_{\mathrm{F}}^2=\frac{19}{50}mv^2.$$

Jegenyés Nikoletta (Pécs, Széchenyi I. Gimn., III. o.t.) és *Mátrai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ellenőrizhető, hogy a kétféle megoldásban különböző forgástengelyekre ugyanakkora szögsebesség adódott. Ez nem véletlen, hanem általánosan igaz: bármely merev test szögsebessége független a forgástengely megválasztásától.



l = 6R
3R
K
v_TKP
3R
O
α/2
v⊥
v
R
T
3R
α/2
H
α
v||



F
α
4R
5R
K
v_TKP = v||
O
R
3R
α
v
H
v||