

A léc elengedés után elkezd kicsúszni a két szög közül, mert $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 45^\circ = 1 > \mu = 0,25$. Az 1. ábra a lécre ható erőket ábrázolja. Érdekes a léc mozgását az ábrán látható (a szögek által meghatározott irányítású) koordináta-rendszerben nyomon követni. Legyen a tömegközéppont (TKP) origóból mért változó távolsága $x(t)$. A TKP mozgásegyenletei:

$$ma_x = mg \sin \alpha - \mu N_A - \mu N_B, (1) ma_y = N_A - mg \cos \alpha - N_B = 0. (2)$$

A léc nem forog, így a tömegközéppontjára nézve az erők forgatónyomatékainak összege nulla.

$$(3) \quad N_B(x+d) - N_A x = 0.$$

(2) és (3) alapján

$$(4) \quad N_A = \left(1 + \frac{x}{d}\right) mg \cos \alpha; \quad N_B = \frac{x}{d} \cos \alpha,$$

és innen (1) felhasználásával

$$ma_x = -\frac{2\mu mg \cos \alpha}{d} \left(x - \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{2\mu \cos \alpha} d\right).$$

Ez egy

$$ma_x = -D(x - x_0)$$

alakú egyenlet, amely az $x = +x_0$ koordinátájú pont körüli harmonikus rezgőmozgás egyenlete.

a) A léc tehát harmonikus rezgőmozgást végez az

$$(5) \quad x_0 = \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{2\mu \cos \alpha} d = 15 \text{ cm}$$

koordinátájú pont körül

$$(6) \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{2\mu g \cos \alpha}{d}} = 5,95 \frac{1}{\text{s}}$$

körfrekvenciával. Kezdetben a léc TKP-ja az A pontnál van, és a léc áll ($x(0) = 0$ és $v_x(0) = 0$), vagyis a TKP a harmonikus rezgőmozgás egy szélső helyzetéből indul. Így a rezgőmozgás amplitúdója (5) szerint:

$$(7) \quad A = x_0 = 15 \text{ cm}.$$

Amikor a léc TKP-ja egy fél periódus után egy másik szélső helyzetbe kerül, megáll a léc, és nem indul el felfelé (a súrlódási erők nem húzzák fel a lécet újra). A léc TKP-ja a 2. ábra szerint mozog. Megállásig a megtett út (7) szerint: $2A = 30 \text{ cm}$. Megálláskor a léc a 3. ábrán vázolt helyzetbe kerül. Látható, hogy ekkor a B szög felett még 10 cm hossz kilóg, tehát a léc nem tud kicsúszni a szögek közül, hanem beszorul.

b) A léc legnagyobb sebességét elindulás után egy negyed periódus múlva éri el, amikor átmegy a rezgőmozgás egyensúlyi pontján (tehát az $x_0 = 15 \text{ cm}$ koordinátájú ponton). Ekkor sebessége (6) és (7) alapján:

$$v_{\max} = \omega A = 89,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

c) A léc mozgásideje a fentiek szerint a harmonikus rezgőmozgás fél periódusa, (6) alapján:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = 0,53 \text{ s}.$$

Pólik Imre (Pannonhalma, Bencés Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján



