

Ha a munkás a vízszintessel α szöget bezáró F nagyságú erőt fejt ki a ládára, és a talaj által kifejtett nyomóerőket, valamint súrlódási erőket az 1. ábrán látható módon jelöljük, akkor a következő egyenleteket írhatjuk fel a láda megindulásának határhelyzetében:

$$G_1 + F \sin \alpha = N_1 \quad (\text{a munkás függőlegesen nem gyorsul}), (1) F \cos \alpha = S_1 \quad (\text{a munkás vízszintesen nem gyorsul}), (2) S_1 \leq \mu_1 N_1$$

A (4)–(6) egyenletekből kifejezhetjük F -t α függvényében és megvizsgálhatjuk, hogy mekkora szögnél lesz $F(\alpha)$ minimális.

$$(7) \quad F(\alpha) = \frac{\mu_2 G_2}{\cos \alpha + \mu_2 \sin \alpha}$$

Ez a kifejezés akkor a legkisebb, ha a nevező a legnagyobb. A szélsőérték differenciálszámítással vagy geometriai megfontolással határozhatjuk meg. Rajzoljunk egy derékszögű háromszöget μ_2 és 1 hosszúságú befogókkal és döntsük meg a vízszinteshez képest α szöggel. A 2. ábráról leolvasható, hogy az A pont és az e egyenes távolsága éppen (7) jobb oldalának nevezője, s ez a mennyiség legfeljebb $\sqrt{1 + \mu_2^2}$ lehet. A szélsőértékhez tartozó szög: $\alpha = \varepsilon = \arctan \mu_2$ éppen a μ_2 súrlódási együtthatóhoz tartozó „súrlódási határszög”. Eszerint F legalább

$$(8) \quad F_{\min} = \frac{\mu_2 G_2}{\sqrt{1 + \mu_2^2}}$$

kell legyen, ami a feladat számértékeivel 546 N és $\alpha = 21,8^\circ$.

Eddig nem vizsgáltuk annak a feltételét, hogy a munkás lába nem csúszik meg. Az (1)–(2) egyenleteket (3) egyenlőtlenséggel összevetve az α szögre a

$$(9) \quad \tan \alpha \geq \frac{G_2 \mu_2 - G_1 \mu_1}{\mu_1 \mu_2 (G_1 + G_2)}$$

megszorítást kapjuk. Ha $\mu_1 = 0,6$ vagy $0,7$, akkor (9) feltétel az optimális $\alpha = 21,8^\circ$ mellett teljesül. Ha viszont $\mu_1 = \mu_2 = 0,4$, akkor (9) szerint $\alpha > 42,3^\circ$, az ehhez tartozó legkisebb erő pedig (7) alapján: $F_{\min} = 583$ N.

Tóth Gábor Zsolt (Bp., Árpád Gimn., IV. o.t.)

