

Tételezzük fel, hogy a kezdetben v sebességgel mozgó rúd is homogén tömegeloszlású (bár ez a feladat szövegéből nem derül ki). Mivel az ütközést pillanatszerűnek tekintjük, a súrlódási erő hatását az ütközés folyamata alatt nem kell számításba vennünk. Az ütközéskor a függőleges tengelyénél erőlködés éri a rendszert, emiatt a rudak összimpulzusa nem marad változatlan, mivel azonban a tengelyénél ható erőknek nincs forgatónyomatéka, a rendszer teljes perdülete (impulzusnyomatéka) az ütközés során a tengelyre vonatkoztatva állandó kell maradjon.

Kezdetben az m tömegű, v sebességű rúd $N = mv \cdot (L/2)$ perdülettel rendelkezett ($L/2$ a tömegközéppont pályájának távolsága a forgástengelytől). Az ütközés után a $2m$ tömegű $\Theta = 2m \cdot L^2/3$ tehetetlenségi nyomatékú összetapadt rúdpár ω_0 szögsebességgel kezd forogni, s a perdületmegmaradás törvénye szerint

$$mv \frac{L}{2} = 2m \cdot \frac{L^2}{3} \omega_0, \quad \text{azaz} \quad \omega_0 = \frac{3}{4} \frac{v}{L}.$$

Az ütközés után a súrlódási erő forgatónyomatéka miatt a rudak szögsebessége csökken, majd a rudak megállnak. A rudak és az asztal között $2mg$ a nyomóerő, tehát a súrlódási erő $S = 2\mu mg$. (Feltételezzük, hogy a rúd csapágya függőleges irányú erőt nem tud kifejteni a rúdra; függőleges arányban nem „tartja” azt.) A súrlódási erő eloszlása a rúd mentén ugyanolyan, mint a nyomóerő eloszlása.

a) A súrlódási erőnek akkor lesz a legnagyobb forgatónyomatéka, ha a nyomóerő (és emiatt a súrlódási erő is) a rudak külső végére koncentrálódik. Ilyenkor az S erő erőkarja L , a forgatónyomaték $M = SL = 2\mu mgL$, a rendszer szöggyorsulása pedig

$$\beta = -\frac{M}{\Theta} = -\frac{2\mu mgL}{\frac{1}{3}2mL^2} = -3\frac{\mu g}{L}.$$

Az $\omega = \omega_0 + \beta t = 0$ egyenletből a megállásig eltelt időre

$$t = -\frac{\omega_0}{\beta} = \frac{v}{4\mu g},$$

a szögelfordulásra

$$\alpha = \omega_0 t + \frac{\beta}{2} t^2 = \frac{3}{32} \frac{v^2}{\mu L g} \approx 9,4 \text{ radián}$$

adódik; ez $\frac{\alpha}{2\pi} \approx 1,5$ fordulatnak felel meg.

b) Ha a nyomóerő (és a súrlódási erő) a rudak mentén egyenletesen oszlik el, a súrlódási erő forgatónyomatéka a fentebb számítottak fele lesz. Emiatt a szöggyorsulás abszolút értéke is fele, a megállásig megtett fordulatok száma pedig kétszerese az a) részben számítottak. Az egyenletesen felfekvő rudak tehát kb. 3 fordulatot tesznek meg a megállásig.

Horváth Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.) és *Tóth Gábor Zsolt* (Budapest, Árpád Gimn., III. o.t.)

dolgozata alapján