

Az állandó vízhőmérséklet beálltának oka az, hogy a forraló által közölt hő egyenlő a víz által a levegőnek átadott hővel. Miután a forralót kikapcsoltuk, közelítsünk úgy, hogy amíg a víz $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ -ot hűl, addig a víz és a levegő közti hőátadás sebessége („hűtési” teljesítmény) állandó nagyságú marad, ez pedig a forraló P_1 teljesítményével egyező mennyiség. Eszerint $P_1 \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$, ahol Δt a hűlés ideje, c és m pedig a víz fajhője, illetve tömege. Ebből adódik, hogy

$$\Delta t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{P_1} = \frac{4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 1^\circ\text{C}}{50 \text{ W}} = 16,8 \text{ s} \approx 17 \text{ s}$$

alatt hűl le a víz.

Közelíthetjük a problémát úgy is, hogy a leadott teljesítmény a víz és a levegő közötti hőmérsékletkülönbséggel arányos mennyiség, azaz $P = k \cdot (T_{\text{víz}} - T_{\text{levegő}})$, ahol k a hűlés folyamatára jellemző állandó, a grafikon meredeksége. Így kiszámolhatjuk a hőleadás átlagos teljesítményét:

$$\frac{50 \text{ W}}{35^\circ\text{C}} = \frac{P_2}{34^\circ\text{C}} = k = \text{állandó.}$$

Eszerint $P_2 = 48,6 \text{ W}$, tehát az átlagos teljesítmény: $\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} = 49,3 \text{ W}$. Most ezzel az átlagos értékkel számolva: $\bar{P} \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$, így

$$\Delta t = \frac{4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 1^\circ\text{C}}{49,3 \text{ W}} = 17,04 \text{ s} \approx 17 \text{ s}$$

alatt hűl le a víz. Tehát az előző közelítésünk sem okozott elfogadhatatlanul nagy hibát (1,4 %).

Ha a hálózati feszültség 10 %-kal csökken, akkor az ismert $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$ összefüggésből adódik, hogy $P_{\text{új}} = \frac{(0,9 \cdot U)^2}{R} = 0,81 \cdot P_1 = 40,5 \text{ W}$, ha a fűtőszál R ellenállását állandónak tekintjük. (Itt ismét közelítünk!). A melegítés során | a fentiekben leírtak szerint | ismét kialakul egy maximális hőmérséklet. Ekkor a víz által leadott teljesítmény $P_{\text{új}}$ lesz, azaz $P_{\text{új}} = k(T_{\text{max}} - T_{\text{levegő}})$, ahol $k = 1,43 \text{ W}/^\circ\text{C}$ az előbbiek szerint, feltéve, hogy a hőleadás körülményei nem változtak. Tehát a beálló új maximális hőmérséklet $T_{\text{max}} = \frac{P_{\text{új}}}{k} + T_{\text{levegő}} = 48,35^\circ\text{C} \approx 48^\circ\text{C}$ lesz.

Nagy Szilvia (Győr, Révai M. Gimn., III. o.t.), *Kurucz Zoltán* (Szolnok, Varga K. Gimn., III. o.t.) és *Elek Péter* (Bp., Árpád Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A feladat első kérdésére a folyamatot helyesebben tükröző

$$\frac{dQ}{dt} = -k \cdot (T_{\text{víz}} - T_{\text{levegő}}) = -k \cdot \Delta T$$

differenciálegyenlettel is számolhatunk. Ebből az

$$\int_{35^\circ\text{C}}^{34^\circ\text{C}} \frac{1}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{dt} = -\frac{k}{c \cdot m} \cdot t$$

megoldást kapjuk, ami a $t = \frac{c \cdot m}{k} \cdot \ln \frac{35}{34} = 17,03 \text{ s} \approx 17 \text{ s}$ eredményre vezet.

