

Az $m = 0,1$ kg tömegű test az A pontból, $h = 1$ m magasságból indul. Az O pontban a sebessége vízszintes, nagysága (a munkatétel alapján) $v = \sqrt{2gh}$. A test centripetális gyorsulása v^2/r , ahol r az O pontbeli simulókör sugara. A mozgásegyenlet: $N - mg = mv^2/r$, ahol N a keresett nyomóerő ellenereje. A továbbiakban már csak r meghatározása a feladatunk. Erre több módszer kínálkozik:

1. *módszer.* Egy kétszer differenciálható függvény simulókörének sugarát az

$$r(x) = \frac{[1 + (y'(x))^2]^{3/2}}{y''(x)}$$

formulából számíthatjuk ki. A parabolánk egyenlete $y = x^2$, tehát $y' = 2x$, $y'' = 2$, így $r(0) = \frac{[1 + (2 \cdot 0)^2]^{3/2}}{2} = \frac{1}{2}$, azaz a simulókör sugara $r = 0,5$ m.

2. *módszer.* Keressünk olyan mozgást, amelynek pályája szintén parabola! Ilyen például a hajítás. Lehet ferde hajítással is számolni, de a vízszintes hajítás nyilvánvalóan egyszerűbb. Vegyük az $y = -x^2$ egyenletű parabolapályán a csúcsból elhajított testet. Ez, miközben megtesz 1 m-t vízszintesen, addig 1 m-t csökken a magassága. Azaz: $x_0 = v_0 \cdot t = 1$ m, illetve $y_0 = \frac{g}{2}t^2 = 1$ m, ahol v_0 a vízszintes kezdősebesség és t az eltelt idő. Ebből adódik, hogy

$v_0 = x_0 \sqrt{\frac{g}{2y_0}}$. A parabolapálya csúcsán a simulókörnek megfelelő körpályán halad a test v_0 sebességgel, miközben a gyorsulása g , tehát $g = a_{cp} = v_0^2/r$, azaz $r = v_0^2/g = x_0^2/2y_0 = 1/2$ m.

3. *módszer.* Közelítsük az optika felől a problémát! Tudjuk, hogy egy homorú parabolatükör a fókuszponton keresztül veri vissza a tengelyével párhuzamosan érkező sugarakat. Az $y = x^2$ egyenletű parabola fókusz távolsága $f = 1/4$ m. A homorú gömbtükör hasonlóképpen viselkedik, a tengelyével párhuzamos és a tengelyhez „közel” haladó fénysugarak a fókuszponton keresztül verődnek vissza. Ha a gömbtükör fókusz távolsága $1/4$ m, akkor a sugara ennek kétszerese, tehát $r = 2f = 0,5$ m.

A fentiek alapján $N = mg + \frac{2mgh}{r} = 5$ N nagyságú erővel nyomja a vajatot a test az O pontban.

Nagy Szilvia (Győr, Révai M. Gimn., III. o.t.), *Németh László* (Jászapáti, Mészáros L. Gimn., IV. o.t.) és *Ravasz Erzsébet* (Sepsiszentgyörgy, Mikes K. Líceum, IV. o.t.) dolgozata alapján

