

Feltételezhetjük, hogy az űrhajós úgy kapja a látszati képet, hogy optikai eszközzel kivetíti a kisbolygó képét (1. ábra). Az úrbázis és a középpont közötti látszólagos távolság (GP) látszólagos bolygósugár egységben (HP) $\text{tg } \alpha / \text{tg } \alpha_{\max}$. Hogy meg tudjuk határozni, mekkora az űrhajó szögelfordulása 2 perc alatt, ismernünk kell az ábrán ϕ -vel jelölt szög mért értékeit.

Az első megfigyeléskor $\frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_{\max}} = \frac{3}{4} \text{tg } \alpha_{\max} = \frac{R}{\sqrt{25R^2 - R^2}} = \frac{1}{\sqrt{24}}$, tehát $\text{tg } \alpha_1 = \frac{3}{4\sqrt{24}}$, innen $\alpha_1 = 8,7^\circ$. Az OFA háromszögre felírt szinusztétel szerint

$$\frac{\sin \alpha_1}{R} = \frac{\sin(180^\circ - \beta_1)}{OA} = \frac{\sin \beta_1}{5R},$$

amiből $\beta_1 = \arcsin(5 \sin \alpha_1) = 49,17^\circ$, és $\phi_1 = \beta_1 - \alpha_1 = 40,47^\circ$. Ugyanígy számítással kapjuk, hogy a második megfigyelésnél $\phi_2 = 24,68^\circ$. A kisbolygó szögsebessége, $-\omega_B = \frac{2\pi}{22 \text{ h}} = 8 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}$.

1) A kisbolygó és az űrhajó szögsebessége (ω) egyirányú. Nem nehéz belátni, hogy $\omega > \omega_B$ kell teljesülni, mert az űrhajónak legalább $\phi_1 - \phi_2$ szöggel kell elfordulnia a kisbolygóhoz képest. 4 eset lehetséges aszerint, hogy a bázis a két megfigyelésben hogyan helyezkedik el az űrhajóhoz képest (2. ábra). A megfelelő egyenlőségek:

$$(\omega - \omega_B) \cdot 120 \text{ s} = 2\pi - (\phi_1 \pm \phi_2) + k \cdot 2\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

$$(\omega - \omega_B) \cdot 120 \text{ s} = \phi_1 \pm \phi_2 + l \cdot 2\pi \quad (l = 0, 1, 2, \dots).$$

2) A kisbolygó és az űrhajó szögsebessége ellentétes irányú. Most is 4 eset lehetséges, az előzőhöz képest annyi a különbség, hogy a kisbolygó és az űrhajó relatív szögsebessége most $\omega + \omega_B$:

$$(\omega + \omega_B) \cdot 120 \text{ s} = 2\pi - (\phi_1 \pm \phi_2) + m \cdot 2\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$(\omega + \omega_B) \cdot 120 \text{ s} = \phi_1 \pm \phi_2 + n \cdot 2\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Az űrhajó $5R$ sugarú pályán ω szögsebességgel egyenletes körmozgást végez, a centripetális erőt a gravitációs erő szolgáltatja:

$$M_1 \cdot 5R \cdot \omega^2 = \gamma \frac{M_1 M}{(5R)^2},$$

amiből az űrhajó sebessége $v = 5R\omega = (\gamma M\omega)^{\frac{1}{3}}$.

A feladatnak végtelen sok megoldása van, ezeket párokba állíthatjuk úgy, hogy egy a kisbolygóéval azonos irányú és egy azzal ellentétes forgás tartozik össze, melyek szögsebessége $|\omega_B|$ kicsisége miatt | nagyon közel esik egymáshoz. Az első két párba tartozó megoldások a következők:

$$\omega_{1+} = 2,38 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} \quad (\omega_B\text{-vel azonosan}) \quad R_{1+} = 211,5 \text{ m} \quad v_{1+} = 2,513 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \omega_{1-} = 2,22 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} \quad (\text{ellentétesen}) \quad R_{1-} = 221,4 \text{ m} \quad v_{1-} = 3,$$

$$\omega_{2+} = 9,48 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} \quad (\omega_B\text{-vel azonosan}) \quad R_{2+} = 83,7 \text{ m} \quad v_{2+} = 3,967 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \omega_{2-} = 9,32 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} \quad (\text{ellentétesen}) \quad R_{2-} = 85,1 \text{ m} \quad v_{2-} = 3,$$

Megjegyzés. Mint több megoldó is észrevette, a kisbolygó egy rejtett, ám fontos jellemző paraméterére, a sűrűségére irreálisan nagy $(2000 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$ -nél minden esetben nagyobb) érték jön ki.

Holcsek Balázs (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III. o.t.) és *Bárász Mihály* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján



