

A rúd és a végén lévő test egyetlen merev testként forog a csukló körül. Először kiszámítjuk a szögsebességet és a szöggyorsulást.

A rendszer tehetetlenségi nyomatéka a csuklóban lévő végpontra vonatkoztatva: $\Theta = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2$. A súlyból származó forgatónyomaték nagysága:

$$M = mg \frac{l}{2} \cos \alpha + mgl \cos \alpha = \frac{3}{2}mgl \cos \alpha.$$

A szöggyorsulás

$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{9}{8} \frac{g \cos \alpha}{l}.$$

A szögsebességet az energiamegmaradás törvényéből kaphatjuk meg:

$$mg \frac{l}{2} \sin \alpha + mgl \sin \alpha = \frac{1}{2} \Theta \omega^2,$$

amiből

$$\omega^2 = \frac{9}{4} \frac{g \sin \alpha}{l}.$$

A csuklótól l távolságra lévő pontszerű test tangenciális (érintőleges) gyorsulása

$$a_t = \beta l = \frac{9}{8} g \cos \alpha,$$

centripetális gyorsulása

$$a_{cp} = l\omega^2 = \frac{9}{4} g \sin \alpha.$$

A centripetális gyorsulást a súlyerő és a rúd által a testre kifejtett erő rúd irányú összetevői hozzák létre:

$$ma_{cp} = \frac{9}{4} mg \sin \alpha = F_r - mg \sin \alpha,$$

amiből $F_r = \frac{13}{4} mg \sin \alpha$. Ennek (-1) -szeresével húzza a test a rudat a rúd irányában.

A tangenciális gyorsulást a nehézségi erő és a rúd által a testre kifejtett erő rúdra merőleges összetevői okozzák:

$$ma_t = \frac{9}{4} mg \cos \alpha = mg \cos \alpha + F_t,$$

amiből $F_t = \frac{1}{8} mg \cos \alpha$. Ennek (-1) -szeresével húzza (vissza) a test a rudat a rúdra merőlegesen. A test által a rúdra kifejtett erő nagysága

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \sqrt{\frac{169}{16} m^2 g^2 \sin^2 \alpha + \frac{1}{64} m^2 g^2 \cos^2 \alpha} = \frac{mg}{8} \sqrt{1 + 675 \sin^2 \alpha},$$

a rúddal bezárt szögének tangense

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_t}{F_r} = \frac{1}{26} \operatorname{ctg} \alpha$$

A test által a rúdra kifejtett erőnek a rúddal párhuzamos és a rúdra merőleges összetevői: $-F_r$ és $-F_t$. F_r mindig a csukló irányába mutat, a test tehát mindig a csuklótól húzza el a rudat. $-F_t$ a nehézségi erőnek a rúdra merőleges összetevőjével ellentétes irányú, tehát $0 < \alpha < 90^\circ$ esetén a test akadályozza a rúd forgását.

Fábián László (Dombóvár, Illyés Gyula Gimn., III. o. t.)



