

I. megoldás Tekintsük a víz és az üveg közötti φ illeszkedési szöveget nullának, vagyis tételezzük fel, hogy a víz tökéletesen nedvesíti az üveget (gondosan zsírtalanított üvegre ez jó közelítés).

Az R sugarú, h vastagságú „vízpogácsa” jó közelítéssel hengernek tekinthető, melynek térfogata:

$$V = R^2\pi \cdot h.$$

Húzzuk szét a két üveglapot egy kicsitny Δh távolsággal és alkalmazzuk a munkatételt! Az általunk kifejtett F erő munkája:

$$W = F \cdot \Delta h.$$

Másrészt a rendszer energiájának megváltozása az egymással érintkező üveg-víz, illetve üveg-levegő felületek nagyságából számítható ki:

$$\Delta E = 2 \cdot \{R^2\pi - (R - \Delta R)^2\pi\} \cdot (\sigma_{\text{ü-l}} - \sigma_{\text{ü-v}}).$$

A vízpogácsa R sugarának ΔR mértékű csökkenését a víztérfogat állandósága adja meg:

$$R^2\pi h = (R - \Delta R)^2\pi(h + \Delta h),$$

ahonnan (a másodrendűen kicsiny tagokat elhagyva):

$$\Delta R = \frac{R}{2h}\Delta h.$$

A munkatétel szerint $W = \Delta E$, ahonnan a fentebbi összefüggések felhasználásával:

$$F \cdot \Delta h = 2 \cdot (2R\pi\Delta R) \cdot \sigma = \frac{2R^2\pi\sigma}{h}\Delta h,$$

vagyis

$$F = \frac{2R^2\pi}{h}\sigma$$

adódik, ahol $\sigma = \sigma_{\text{ü-l}} - \sigma_{\text{ü-v}}$. A feltételezett tökéletes nedvesítés miatt

$$\frac{\sigma_{\text{ü-l}} - \sigma_{\text{ü-v}}}{\sigma_{\text{v-l}}} = \cos \varphi = 1,$$

tehát $\sigma_{\text{ü-l}} - \sigma_{\text{ü-v}} = \sigma_{\text{v-l}}$; ez a víznek a levegőre vonatkoztatott (a függvénytáblázatban is megtalálható $7,29 \cdot 10^{-2}$ N/m nagyságú) felületi feszültsége.

A feladat numerikus adataival $F \approx 82$ N, tehát ekkora erővel lehet az adott távolságra lévő két üveglapot széthúzni.

Veres Gábor (Balassagyarmat, Balassi B. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás A vízben a nyomás a $\Delta p = p_g$ görbületi nyomással kisebb, mint a külső légnyomás. A vízpogácsa felületének teljes görbülete két egymásra merőleges keresztmetszet határgörbéjének görbületéből számítható ki. (lásd az *ábrát*). Ezek a határgörbék: $r = h/2$ sugarú félkör (a tökéletes nedvesítés miatt), illetve R sugarú kör. A görbületi nyomás tehát ($h \ll R$) miatt

$$p_g = \sigma \left(\frac{2}{h} - \frac{1}{R} \right) \approx \sigma \frac{2}{h}.$$

(A gravitáció s vele együtt a hidrosztatikai nyomásváltozás h kicsiny volta miatt elhanyagolható).

A nyomáskülönbség miatt az R sugarú körlapon ható eredő erő:

$$F = R^2\pi \cdot \Delta p = \frac{2R^2\pi\sigma}{h}.$$

(G. P.)