Jelöljük a tárgytávolságot x-szel, a képtávolságot y-nal, az időt pedig t-vel! A leképezési törvény szerint

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f},$$

ahonnan

$$y(x)=\frac{xf}{x-f}.$$

Ha a tárgy v_t sebességgel közeledik a lencséhez, akkor egy kicsiny Δt idő alatt

$$\Delta x=-v_t\cdot\Delta t$$

távolságra mozdul el. A kép elmozdulása ezalatt

$$\Delta y=y(x+\Delta x)-y(x)\approx y'(x)\cdot\Delta x,$$

a kép sebessége pedig

$$v_k=\frac{\Delta y}{\Delta t}=-v_t\cdot y'(x).$$

Az $y(x)$ függvény deriváltját a deriválási szabályokat alkalmazva, vagy közvetlenül, a legelső egyenlet és

$$\frac{1}{x+\Delta x}+\frac{1}{y+\Delta y}=\frac{1}{f}$$

megfelelő oldalainak különbségét képezve kaphatjuk meg:

$$y'(x)=-\frac{f^2}{(x-f)^2},$$

ahonnan

$$v_k=v_t\cdot\frac{f^2}{(x-f)^2},$$

a kép és a tárgy relatív sebessége pedig

$$v_{\mathrm{rel}}=v_k-v_t=v_t\left(\frac{f^2}{(x-f)^2}-1\right)=-\frac{5}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Borgulya Gábor (Pécs, Nagy L. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzések 1. A kapott összefüggés tovább is alakítható:

$$v_{\mathrm{rel}}=v_t\frac{x(2f-x)}{(x-f)^2},$$

1993-03-141-1.eps

ahonnan leolvasható, hogy amíg a tárgy a kétszeres fókusztávolságon kívül van, addig a kép közeledik a tárgyhoz, amikor $x=2f$, akkor a tárgy és a kép sebessége megegyezik, ha pedig $f<x<2f$, akkor $v_{\mathrm{rel}}>0$, tehát a kép és a tárgy távolodik egymástól.

Szép János (Szolnok, Verseghy F. Gimn., III. o. t.)

2. A tárgy és a kép relatív sebességét az x tárgytávolság függvényében ábrázolva az *ábrán* látható összefüggést kapjuk.