

Először határozzuk meg a töltésrendszer által keltett elektrosztatikus mező térerősségét a hely függvényében! A mező gömbszimmetrikus, ezért a térerősség nagysága csak a középponttól mért r távolságtól függ.

A legkisebb gömb belsejében a térerősség nyilván nulla, a belső és a középső gömb között pedig

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0}{r^2} \quad (r_0 < r < r_1).$$

A belső két gömb össztöltése nulla, ezért Gauss törvénye szerint

$$E(r) \equiv 0 \quad (r_1 < r < r_2).$$

A külső gömbön kívül

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r^2} \quad (r > r_2).$$

1993-03-139-1.eps

a) Az eddigiekből (lásd az *ábrát*) látszik, hogy a belső két gömb gömbkondenzátort alkot, amelynek kapacitása

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_0 r_1}{r_1 - r_0},$$

energiája pedig (a $Q = |Q_0| = |Q_1| = |Q_2|$ jelölés alkalmazásával)

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right).$$

A külső gömb kapacitása

$$C_2 = 4\pi\epsilon_0 \cdot r_2,$$

s így az energiája

$$W_2 = \frac{Q^2}{2C_2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2}.$$

A töltésrendszer teljes energiája

$$W = W_1 + W_2 = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = 1,71 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

b) A két belső gömb között a feszültség:

$$U_{1,0} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right),$$

a külső gömb potenciálja (végtelen távoli ponthoz viszonyított feszültsége)

$$U_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2}.$$

A belső gömb potenciálja tehát:

$$U_0 = U_2 + U_{1,0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 15 \text{ 300 V}.$$

Katz Sándor (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., IV: o. t.) és
Tichler Krisztián (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV: o. t.)
 dolgozata alapján