

A kis golyóra 3 erő hat: a nehézségi erő, a tapadási súrlódási erő és a gömb által kifejtett nyomóerő.

1993-02-090-1.eps

Bontsuk fel az eredő erőt érintő- és sugárirányú összetevőkre! A sugárirányú összetevő tartja körpályán a golyó tömegközéppontját:

$$mg \cos \alpha - F_{ny} = m \frac{v_{TKP}^2}{R + r}.$$

Az érintő irányú erő a golyó érintő irányú gyorsulását hozza létre:

$$mg \sin \alpha - F_s = m \cdot a_{TKP}.$$

A golyót a tömegközéppontja körül az F_s erő forgatja:

$$F_s \cdot r = \Theta \beta, \quad \Theta = \frac{2}{5} m r^2.$$

Mindaddig, amíg a golyó meg nem csúszik, érvényes a mechanikai energia megmaradásának törvénye. A golyó helyzeti energiája mozgási és forgási energiává alakul:

$$mg(R + r)(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} m v_{TKP}^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2.$$

A golyó csúszásmentes gördülése miatt

$$v_{TKP} = \omega \cdot r, \quad a_{TKP} = \beta \cdot r.$$

A golyó akkor fog megcsúszni, amikor az F_s tapadási súrlódási erő eléri a $\mu_0 \cdot F_{ny}$ maximális értéket; a tiszta gördülés feltétele tehát

$$F_s \leq \mu_0 \cdot F_{ny}.$$

A fenti egyenletekből az F_s és F_{ny} erőket kifejezve

$$F_s = \frac{2}{7} mg \sin \alpha, \quad F_{ny} = \frac{1}{7} mg(17 \cos \alpha - 10)$$

adódik, ahonnan a csúszásmentes gördülés feltétele:

$$\frac{2}{\mu_0} \sin \alpha \leq 17 \cos \alpha - 10.$$

Ennek numerikus megoldása

$$\alpha \leq 41,8^\circ,$$

tehát a kis golyó a függőlegetől számított $41,8^\circ$ -os szögnél fog megcsúszni. Vegyük észre, hogy ez az eredmény csak a súrlódási együttható nagyságától függ.