

Megoldás. Az elektrosztatikus erőtér konzervatív és a vizsgált rendszer zárt, így felhasználhatjuk az energiamegmaradás törvényét. Kezdetben a rendszer összes energiája $E = 6kQ^2/d$, hiszen minden részecske párhoz kQ^2/d elektrosztatikus energia tartozik és a tetraédernek hat éle van. (Ezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy összeszámoljuk: mennyi munkát kell végezzünk, ha a nagyon távoli töltéseket a tetraéder csúcsaiba akarjuk bevinni. Az első töltést munkavégzés nélkül odatehetjük, a másodikat kQ^2/d , a harmadikat $2kQ^2/d$, a negyediket pedig $3kQ^2/d$ munkával. Mivel összesen $6kQ^2/d$ munkát végeztünk, ennyi a rendszer energiája.)

Szétrepüléskor az E energia egy része mozgási energiává alakul. Szimmetria-okokból nyilvánvaló, hogy az alakzat minden pillanatban tetraéder marad. Amikor a tetraéder pillanatnyi oldaléle D és a részecskék sebessége v , az energiamegmaradás tétele szerint

$$6\frac{kQ^2}{d} = 6\frac{kQ^2}{D} + 4 \cdot \frac{1}{2}mv^2.$$

A részecskék kezdetben $3h/4$ távol voltak a tömegközépponttól, ahol h az eredeti tetraéder magassága. Ez a távolság h út megtétele után $7h/4$ lesz, emiatt a tetraéder oldala $D = 7d/3$. A sebesség ekkor a fenti egyenlet alapján

$$v_1 = \sqrt{\frac{12kQ^2}{7d}}.$$

A töltések a mozgás során mindvégig gyorsulnak, de a távolságuk növekedtével a gyorsulásuk egyre csökken. Mivel a potenciális energia (azonos előjelű töltések esetén) nem lehet negatív, a részecskék sebességének van felső korlátja:

$$v < v_{max} = \sqrt{\frac{3kQ^2}{d}} = 1,32v_1.$$

Ezt a felső korlátot a részecskék sebessége tetszőlegesen meg is közelíti, ha a távolságuk elegendően nagy:

$$\lim_{D \rightarrow \infty} v(D) = v_{max}.$$

Veres Gábor (Balassagyarmat, Balassi B. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A számítás során elhanyagoltuk a gravitációs, a mozgó töltések által keltett mágneses, valamint a változó mágneses mező következtében kialakuló nem-sztatikus elektromos erőket. Az utóbbi kettő elhanyagolása akkor jogos, ha a részecskék sebessége mindvégig sokkal kisebb, mint a fénysebesség.