

I. megoldás. Jelöljük a nyújtatlan rugó hosszát L -lel, az egyensúlyi állapothoz tartozó hosszúságot L_0 -lal. $y = A \sin(\omega t + \varphi)$ és $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$, ezért

$$\left(\frac{y}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = \sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1,$$

ahol y a test kitérése az egyensúlyi helyzettől. Ezt a konkrét példára alkalmazva ($y_i = L_i - L_0$) a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned} A^2 &= (L_1 - L_0)^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2, \\ \omega^2 &= \frac{v_1^2 - v_2^2}{(L_2 - L_0)^2 - (L_1 - L_0)^2}, \\ L_0 &= \frac{(v_1^2 - v_2^2)(L_3^2 - L_1^2) + (v_1^2 - v_3^2)(L_1^2 - L_2^2)}{2((v_1^2 - v_3^2)(L_1 - L_2) + (L_3 - L_1)(v_1^2 - v_2^2))}. \end{aligned}$$

Felhasználva még, hogy $L = L_0 - mg/D$, végül $L = 0,3$ m és $D = 100$ N/m adódik.

Varjú Katalin (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t) megoldása alapján.

II. megoldás. Írjuk fel az energiamegmaradás tételét a rendszerre. A potenciális energia nulla szintjét a rugó nyújtatlan végéhez rögzítjük. Ekkor az előző jelöléseket használva:

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}D(L_i - L)^2 - mg(L_i - L).$$

Mivel minden erőhatás konzervatív, ezért E időben állandó. A három időpillanatra felírva az energiákat, L -t kifejezhetjük:

$$L = \frac{\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2}D(L_1^2 - L_2^2) - mg(L_1 - L_2)}{D(L_1 - L_2)}.$$

Két ilyen kifejezést összehasonlítva D meghatározható:

$$D = \frac{m \left(\frac{v_1^2 - v_3^2}{L_1 - L_3} - \frac{v_1^2 - v_2^2}{L_1 - L_2} \right)}{L_2 - L_3} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Visszahelyettesítve a terheetlen rugó hosszára $L = 0,3$ m adódik.

Szakáll Miklós (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)