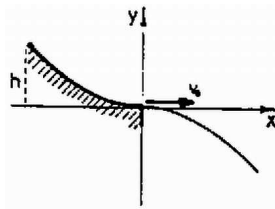


I. megoldás. Legyen a parabola alakú lejtő egyenlete az 1. ábrán látható koordinátarendszerben $y = a \cdot x^2$, ahol az a mennyiség (hosszúság) $^{-1}$ dimenziójú állandó.



1. ábra

Ha h magasságából indítjuk a testet, akkor annak sebessége a lejtő alján vízszintes irányú és $v_0 = \sqrt{2gh}$ nagyságú lesz.

A lejtő elhagyása után a test vízszintes irányú elmozdulása t idő alatt

$$x = v_0 t,$$

függőleges elmozdulása pedig

$$y = -\frac{g}{2}t^2.$$

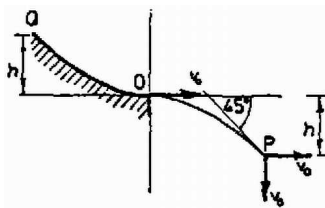
Ezen két mennyiség között fenn kell álljon az $y = -ax^2$ összefüggés, ekkor lesz a szabadon eső test pályája a lejtőével egybevágó. A fenti egyenletekből az indítás magasságára

$$h = \frac{1}{4a}$$

adódik.

Doka Gyula (Gyöngyös, Berze N. J. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy a feladat követelményeinek olyan indítási pont tesz eleget, amelynél a lejtőnek a vízszintessel bezárt hajlásszöge 45° .



2. ábra

Tegyük fel, hogy a szabadon eső test pályájának valamely P pontjában a vízszintes és a függőleges irányú sebességkomponensek egyenlő v_0 nagyságúak, vagyis a test sebességvektora ebben a pontban a vízszintessel 45° -os szöget zár be. Mivel a szabadesés során csak a függőleges irányú sebesség változik, az O és a P pont közötti magasságkülönbségnek megfelelő helyzeti energia a v_0 sebességhez tartozó mozgási energiával egyezik meg ($mgh = mv_0^2/2$). Ekkor viszont a lejtő Q pontjánál (a P pont tükörképénél) a test sebessége nulla kellett legyen, hiszen ennek a pontnak az O ponthoz viszonyított magassága éppen h .

A testet tehát a lejtő azon pontjából kell indítani, amelyiknél a lejtő meredeksége 45° . Megmutatható, hogy egy $y = ax^2$ egyenletű parabolánál ez az $x = \frac{1}{2a}$ -nak megfelelő $h = \frac{1}{4a}$ magasan fekvő pont.

Weiner Mihály (Bp., Hermina úti Ált. Isk. 8. o. t.)

Megjegyzések: 1. A feladat feltételeinek megfelelő indítási pont éppen a parabola fókuszával azonos magasságban helyezkedik el.

Pajor Tibor (Kecskemét, Katona J. Gimn., II. o. t.)

2. A csúszó és a szabadon eső test azonos alakú pályákon halad, de az egymásnak megfelelő útszakaszokat nem azonos idő alatt futja be. A szabadesés során a vízszintes sebesség mindvégig v_0 , a csúszás során pedig $v < v_0$, emiatt a lejtőn csúszó test a pályájának bármelyik szakaszán hosszabb idő alatt halad végig, mint az ugyanezen útszakasznak megfelelő esési idő.

Bíró János (Szolnok, Varga K. Gimn., II. o. t.)