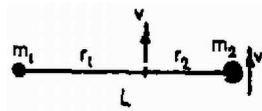


I. megoldás. Feltételezzük, hogy a testek a vízszintes síkban súrlódásmentesen mozognak.

Mivel a rendszerre vízszintes irányú külső erők nem hatnak, a tömegközéppont állandó v sebességgel mozog, és a két test a tömegközéppont körül egyenletesen, állandó ω szögsebességgel forog.



1. ábra

A tömegközéppont sebességét az

$$(m_1 + m_2)v = m_2 v_0,$$

a helyzetét pedig az

$$r_1 \cdot m_1 = r_2 m_2 \quad \text{és} \quad r_1 + r_2 = L$$

összefüggésekből határozhatjuk meg (1. ábra):

$$v = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad \text{és} \quad r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L.$$

A rendszer szögsebességét például az $r_2 \omega = v - v_0$ összefüggésből számíthatjuk ki, és az $\omega = v_0/L$ -nek adódik.

Az m_1 tömegű test $a_1 = v^2/r_1$ gyorsulással mozog, a rá ható erő tehát

$$F = m_1 \cdot a_1 = m_1 \cdot \left(\frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2 L} = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{v_0^2}{L}.$$

Ugyanezt az értéket úgy is megkaphatjuk, hogy az m_2 tömeget az $a_2 = (v_0 - v)^2/r_2$ gyorsulással szorozzuk össze.

A fonalat tehát

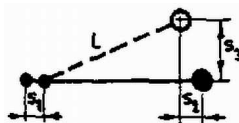
$$F = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{v_0^2}{L}$$

erő feszíti. Ez az erő éppen akkora, amekkora egy $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ tömegű test v_0 sebességű körmozgásához szükséges, ha a körpálya sugara L . Az m mennyiséget a két tömegpontból álló rendszer *redukált tömegének* szokták nevezni.

Megyeri Katalin (Monor, József A. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Ha a fonalat F erő feszíti, akkor egy kicsiny t idő alatt az egyes testek fonál irányú elmozdulása (2. ábra):

$$s_1 = \frac{F}{m_1} \cdot \frac{t^2}{2}, \quad \text{illetve} \quad s_2 = \frac{F}{m_2} \cdot \frac{t^2}{2}.$$



2. ábra

A v_0 sebességgel mozgó test ezalatt a fonál eredeti irányára merőlegesen is elmozdul $s_3 = v_0 \cdot t$ távolsággal. Mivel a fonál nyújthatatlan, fenn kell álljon az

$$(L - s_1 - s_2)^2 + s_3^2 = L^2$$

összefüggés. Innen behelyettesítés, átrendezés, valamint a kicsiny t mennyiség magasabb hatványainak elhanyagolása után

$$F = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)^{-1} \cdot \frac{v_0^2}{L}$$

adódik, összhangban az I. megoldás eredményével.

Fedorcsák Péter (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Sok megoldás – tévesen – úgy érvelt, hogy ha az m_1 tömegű test egy adott pillanatban áll, akkor a másik test mozgása – legalábbis egy rövid ideig – az m_1 tömegű test körüli L sugarú körmozgással helyettesíthető,

s az ehhez szükséges erő $F = m_2 v_0^2 / L$. Ez azonban nem igaz! Ha például v_0 sebességgel futunk az m_2 tömegű test sebességével azonos irányban, akkor azt láthatjuk, hogy az m_1 tömegű test mozog $-v_0$ sebességgel s a másik test áll. A fenti érvelést megismételve a fonalat feszítő erőre most $F = m_1 \cdot v_0^2 / L$ adódna, ellentétben az első eredménnyel.

Úgy is beláthatjuk az $F = m_2 v_0^2 / L$ eredmény hibás voltát, hogy m_1 -t sokkal kisebbnek választjuk, mint m_2 ; legyen például m_1 egy szúnyog, m_2 pedig egy elefánt tömege! Nyilvánvaló, hogy ha egy álló szúnyog mellett elszalad egy elefánt és kettejük között egy vékony, nyújthatatlan fonál feszül, akkor nem az elefánt fog körmozgást végezni a szúnyog körül, hanem fordítva! A helyes képletek ezt úgy tükrözik, hogy ha $m_1 \gg m_2$, vagy $m_1 \ll m_2$, akkor a redukált tömeg nagyon kicsivé (a kisebb tömeggel közel egyenlővé) válik és a fonálerő is kicsi lesz. Adott össztömeg mellett a fonálerő akkor a legnagyobb, ha $m_1 = m_2$.

2. Ha a súrlódás nem hanyagolható el, sőt, elegendően nagy, akkor előfordulhat, hogy az m_1 tömegű test állva marad, a fonalat pedig kezdetben $m_2 v_0^2 / L$ erő feszíti. Ennek az a feltétele, hogy a súrlódási együttható legalább $m_2 v_0^2 / (m_1 g L)$ nagyságú legyen.