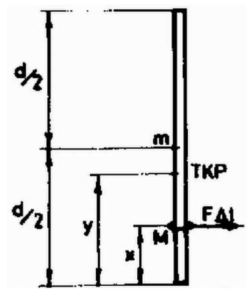
Megoldás. Legyen a pálca-gyűrű rendszer közös tömegközéppontja a pálca végpontjától y távolságra:

(1) $$y = \frac{m\frac{d}{2} + Mx}{m+M}.$$



Az $F \cdot \Delta t$ erőlökés hatására a rendszer tömegközéppontja v sebességgel egyenes vonalú egyenletes mozgást, a rendszer pedig a tömegközéppont körül ω szögsebességű forgást fog végezni.

A tömegközéppont-tétel alapján:

$$F \cdot \Delta t = (m+M)v,$$

ebből

(2) $$v = \frac{F \cdot \Delta t}{m+M}.$$

A sajátperdület-tétel alapján:

(3) $$F \cdot (x-y) = \Theta \frac{\omega}{\Delta t},$$

ahol a bal oldalon a tömegközéppontra vonatkozó forgatónyomaték szerepel, jobb oldalon pedig Θ a tömegközéppontra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték. Ez utóbbi a pálca Θ_p és a gyűrű Θ_{gy} tehetetlenségi nyomatékából adódik össze:

(4) $$\Theta_{gy} = M(y-x)^2,$$

(5) $$\Theta_p = m\left[\frac{1}{12}d^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2\right],$$

utóbb felhasználva a Steiner-tételt. Az (1), (4) és (5) egyenletből:

$$\Theta = \Theta_p + \Theta_{gy} = \frac{m}{m+M}\left[M\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 + \frac{1}{12}(m+M)d^2\right],$$

ebből (3) és (1) felhasználásával

(6) $$\omega = F \cdot \Delta t \frac{\frac{d}{2} - x}{M\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 + \frac{1}{12}(m+M)d^2}.$$

Varga János (Pécs, Leővey K. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A pálca középpontjának sebessége:

$$v_p = v + \left(\frac{d}{2} - y\right) \cdot \omega.$$

2. Speciális esetek:
(I.) $x = d/2$ centrális lökés esetén $\omega = 0$, $\quad v = F \cdot \Delta t/(m+M)$.
(II.) $M \ll m$:

$$v = F \cdot \Delta t/m, \quad \omega = \frac{F \cdot \Delta t \cdot (d/2 - x)}{md^2/12}.$$

(III.) $M \gg m$:

$$v = \frac{F \cdot \Delta t}{M}.$$

A szögsebességet ebben a határesetben nem lehetséges a megadott mennyiségekkel egyértelműen kifejezni, mert nem biztos, hogy elhanyagolható a gyűrű saját súlypontján átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka.