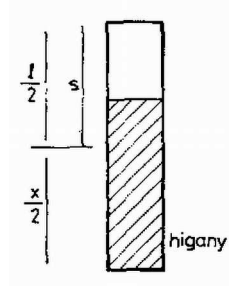


Egy fizikai inga lengésideje:

$$T = 2\pi (\theta/mgs)^{1/2},$$

ahol θ a tehetetlenségi nyomaték, m a rendszer tömege, s pedig a tömegközéppont és a felfüggesztési pont távolsága.



A képlet alapján látható, hogy a lengéside akkor lesz független a hőmérséklettől, ha a θ/s hányados független tőle. Először θ -t számítjuk ki.

$$\theta = \theta_v + \theta_h,$$

ahol a v index a vasat, a h index pedig a higanyt jelenti.

$$\theta_v = \frac{1}{3}ml^2,$$

ahol l a vasrúd hossza. A higany tehetetlenségi nyomatéka a Steiner-tétel felhasználásával (ha a higanyszál hossza x):

$$\theta_h = \frac{1}{12}mx^2 + m \left(l - \frac{x}{2} \right)^2.$$

A tömegközéppont felfüggesztési ponttól mért távolsága:

$$s = \frac{3l}{4} - \frac{x}{4}.$$

Az x és l mennyiségek hőmérséklettől való függése kis hőmérsékletváltozások esetén a lineáris hőtágulási törvényt követi:

$$\begin{aligned} l &= l_0 (1 + \alpha_v t) \\ x &= x_0 (1 + \alpha_h t), \end{aligned}$$

ahol l_0 és x_0 a szobahőmérsékleten vett hossz, α a megfelelő hőtágulási együttható, t pedig a hőmérsékletváltozás.

Ezt behelyettesítjük a θ -t és s -et megadó képletbe, és kifejezzük a θ/s hányados hőmérséklettel változó részét (az x_0/l_0 hányadost λ -val jelöljük):

$$\theta/s \sim (t(2\alpha_h \lambda^2 - 3\lambda(\alpha_v + \alpha_h) + 8\alpha_v) + \lambda^2 - 3\lambda + 4)/(t(3\alpha_v - 2\alpha_h) + 3 - \lambda).$$

(A t^2 -es tagok elhanyagolhatóak.) Ez t -ben lineáris kifejezések hányadosa, ami akkor lesz állandó, ha a változó együtthatóinak aránya megegyezik a konstansok arányával. Ezt felírva λ -ra a következő harmadfokú egyenletet kapjuk:

$$\lambda^3 \alpha_h - \lambda^2 6 \alpha_h + (5 \alpha_h + 8 \alpha_v) - 12 \alpha_v = 0.$$

Behelyettesítve az $\alpha_h = 6 \cdot 10^{-5}$ 1/K, $\alpha_v = 10^{-5}$ 1/K értéket, azt kapjuk, hogy ennek a harmadfokú függvénynek nincs gyöke a $(0, 1)$ intervallumban. Ez azt jelenti, hogy ezzel a két anyaggal nem lehet megvalósítani ezt a fajta kompenzált ingát.

Gidófalvy Elemér (Bp., Arany J. Gimn., IV. o t.) dolgozata alapján