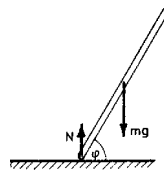


A mozgás során a rúdra két erő hat: az mg gravitációs erő és az N nyomóerő (1. ábra).



1. ábra

Ha a rúd elválik az asztaltól, akkor az elválás pillanatában a rá ható nyomóerő nulla. Tehát azt kell megvizsgálni, hogy a mozgás folyamán lesz-e olyan pillanat, amikor az N nyomóerő nulla.

A rúd mozgása összetehető a tömegközéppont haladó mozgásából és a tömegközéppont körüli forgásból. Legyen a haladó mozgás gyorsulása a , a tömegközéppont körüli forgás szöggyorsulása β .

A haladó mozgás egyenlete:

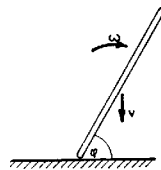
$$(1) \quad mg - N = ma,$$

A forgó mozgás egyenlete:

$$(2) \quad N \cdot \frac{L}{2} \cos \varphi = \Theta \beta = \frac{1}{12} mL^2 \beta,$$

ahol L a rúd hossza, Θ a tömegközéppontra vonatkoztatott tehetetlenségi momentuma.

Mivel nincs súrlódás, mechanikai energia nemvész el. Legyen v a haladó mozgás sebessége, ω pedig a középpont körüli forgás szögsebessége (2. ábra).



2. ábra

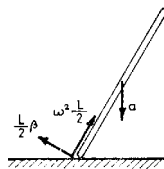
Ekkor az energiaegyenlet:

$$(3) \quad mg \frac{L}{2} (1 - \sin \varphi) = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{24} mL^2 \omega^2.$$

Amíg a rúd nem válik el az asztaltól, addig az asztallal érintkező pontjának csak vízszintes sebessége és gyorsulása lehet. A sebessége egyrészt a haladó mozgás v sebessége lefelé, másrészt a tömegközéppont körüli forgás kerületi sebessége a rúdra merőlegesen. Mivel az eredő függőleges komponense nulla, ezért

$$(4) \quad v = \omega \frac{L}{2} \cos \varphi.$$

A rúd asztallal érintkező pontjának gyorsulása a haladó mozgás a gyorsulása lefelé, a rúdirányú centripetális gyorsulás és a rúdra merőleges tangenciális gyorsulás (3. ábra).



3. ábra

Mivel az eredő függőleges komponense nulla, ezért

$$(5) \quad \omega^2 \frac{L}{2} \sin \varphi + \frac{L}{2} \beta \cos \varphi = a.$$

A (3)–(4) egyenletekből ω -t kifejezve:

$$(6) \quad \omega^2 = \frac{g}{L} \frac{12(1 - \sin \varphi)}{3 \cos^2 \varphi + 1}.$$

A (2) egyenletből

$$(7) \quad \beta = \frac{6N \cos \varphi}{mL}.$$

Az (1) egyenletből

$$(8) \quad a = g - \frac{N}{m}.$$

A (6), (7), (8) egyenleteket (5)-be helyettesítve és rendezve kapjuk, hogy

$$(9) \quad N = mg \frac{3 \sin^2 \varphi - 6 \sin \varphi + 4}{(3 \cos^2 \varphi + 1)^2}.$$

N akkor válna nullává, ha a számlálóban szereplő kifejezés nulla lenne. Ez $\sin \varphi$ -re egy másodfokú egyenlet, amelynek diszkriminánsa negatív, tehát a kifejezés sosem lesz nulla, így N sem, tehát a rúd nem válik el az asztaltól.

Csonka Gábor (Budapest, Könyves K. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján