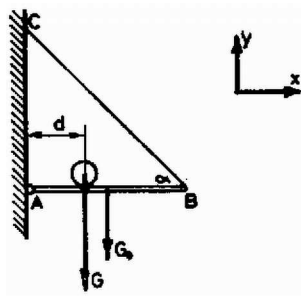


**I. megoldás.** A rúdra a csukló által kifejtett erő legyen  $F = (F_x, F_y)$ , a kőtel által kifejtett erő  $K = (K_x, K_y)$ . A feladatban szereplő összes erőnek az  $ABC$  síkra merőleges komponense nyilván zérus, és  $K_y = -K_x \cdot \operatorname{tg} \alpha$  (1. ábra).



1. ábra

Egyensúlyi helyzetben a rúdra ható erők eredője 0, és az erők  $A$  pontra vonatkozó forgatónyomatékainak eredője is 0:

$$\begin{aligned} K_x + F_x &= 0, \\ -K_x \cdot \operatorname{tg} \alpha + F_y - G - G_0 &= 0, \\ -K_x \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot l - G \cdot d - G_0 \cdot \frac{l}{2} &= 0. \end{aligned}$$

Azt kell meghatároznunk, milyen  $d$  mellett lesz  $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$  minimális. Az egyenletekből

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left( \frac{G_0}{2} + G \cdot \frac{d}{l} \right), \\ F_y &= G \left( 1 - \frac{d}{l} \right) + \frac{G_0}{2}. \end{aligned}$$

Innen

$$F_x^2 + F_y^2 = \frac{G^2}{\sin^2 \alpha} \frac{d^2}{l^2} + \frac{GG_0 d}{\operatorname{tg}^2 \alpha l} - GG_0 \frac{d}{l} - 2G^2 \frac{d}{l} + \frac{G_0^2}{4 \sin^2 \alpha} + G^2 + GG_0.$$

Azonos átalakítások után:

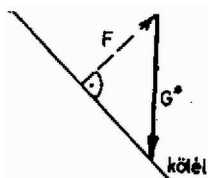
$$F_x^2 + F_y^2 = \left( \frac{G}{\sin \alpha} \frac{d}{l} + \frac{G_0 \sin \alpha}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{G_0 \sin \alpha}{2} - G \sin \alpha \right)^2 + f,$$

ahol  $f$  független  $d$ -től. A kifejezés akkor minimális, ha a zárójelben 0 áll. Ekkor

$$d = l \cdot \sin^2 \alpha + \frac{G_0}{G} l \left( \sin^2 \alpha - \frac{l}{2} \right).$$

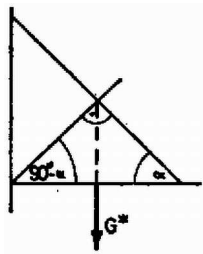
A megadott adatokkal  $d = \frac{7}{8} l = 0,875$  m.

**II. megoldás.** Ebben a megoldásban igyekszünk minél kevesebb számolással célbaérni. Tekintsük a rudat és a súlyt egy testnek. Erre három erő hat, a  $\mathbf{G}^*$  súlyerő, a  $\mathbf{K}$  kőtelérő, a csuklóban ébredő  $\mathbf{F}$  erő. Egyensúlyban e három erő vektori összege 0, a három vektorból háromszöget lehet szerkeszteni.  $\mathbf{G}^*$  adott,  $(\mathbf{G} + \mathbf{G}_0)$ ,  $\mathbf{K}$ -nak pedig iránya adott. Az  $\mathbf{F}$  erő a  $\mathbf{G}^*$  vektor végpontját köti össze a  $\mathbf{K}$  vektor egyenesének, a kőtelnek egy pontjával. Ebből következik, hogy  $\mathbf{F}$  nagysága akkor a legkisebb, ha merőleges  $\mathbf{K}$ -ra. (2. ábra.)



2. ábra

A testre ható forgatónyomaték egyensúlyban 0. Vonatkoztassuk a forgatónyomatékokat  $\mathbf{F}$  és  $\mathbf{K}$  egyenesének metszéspontjára! (Ez a pont létezik, mert  $\mathbf{F}$  és  $\mathbf{K}$  nem párhuzamosak.)



3. ábra

Az eredő forgatónyomaték csak akkor lehet 0, ha  $\mathbf{G}^*$  is átmegy ezen a ponton. Ezért a 3. ábra alapján  $\mathbf{G}^*$  támaszpontjának a faltól mért távolságára felírhatjuk:

$$l \cdot \sin^2 \alpha = \frac{G_0 \cdot \frac{l}{2} + G \cdot d}{G_0 + G}.$$

Innen

$$d = l \cdot \sin^2 \alpha + \frac{G_0}{G} l \left( \sin^2 \alpha - \frac{1}{2} \right).$$