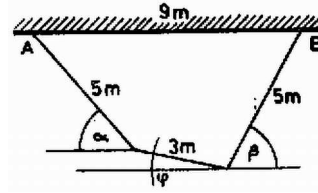


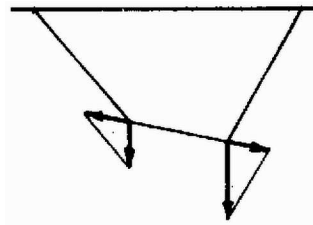
Ha a két tömeg azonos lenne, akkor a szimmetria miatt azonos magasságban helyezkednének el. Most a nagyobb tömeg valamivel mélyebben van. Használjuk az 1. ábra jelöléseit!



1. ábra

Leolvashatók a következő geometriai összefüggések:

$$\begin{aligned} 9 &= 5 \cos \alpha + 3 \cos \varphi + 5 \cos \beta, \\ 5 \sin \beta &= 5 \sin \alpha + 3 \sin \varphi. \end{aligned}$$



2. ábra

A súlyerőknek a 3 m-es kötélrész irányába eső vetületei egyenlőek kell, hogy legyenek (2. ábra). A vetületeket a szinusz-tétel segítségével számolhatjuk ki:

$$3 \cdot \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\beta + \varphi)} = 2 \cdot \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin(\alpha + \varphi)}.$$

Három egyenletet kaptunk az α, β, φ ismeretlenekre. Egyszerű trigonometriai átalakítások után:

$$\begin{aligned} \cos(\beta + \alpha) &= \frac{4}{5} - \frac{27}{25} \cdot \cos \varphi, \\ \operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2} &= \frac{\sin \varphi}{3 - \cos \varphi}, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\sin(\alpha + \beta) - 5 \sin(\beta - \alpha)}{5 \cdot \cos(\alpha + \beta) + 5 \cdot \cos(\beta - \alpha)}. \end{aligned}$$

$(\alpha + \beta)$ és $(\beta - \alpha)$ szögfüggvényeit az első két egyenletből számíthatjuk, így φ -re az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{3}{5} \sqrt{1 + \frac{24}{5} \cos \varphi - \frac{81}{5} \cos^2 \varphi} + 5 \cdot \frac{\sin \varphi (3 - \cos \varphi)}{5 - 3 \cos \varphi}}{4 - \frac{27}{5} \cos \varphi + 5 \cdot \frac{9 - 6 \cos \varphi + \cos 2\varphi}{10 - 6 \cos \varphi}}.$$

Az egyenlet numerikusan – táblázat segítségével vagy számítógéppel – megoldható. A feladat szempontjából értelmes egyetlen gyöke 6° és 7° között van, tehát 1° pontossággal igaz, hogy $\varphi = 6,5^\circ$. A másik két szög hasonló pontossággal $\alpha = 49,5^\circ$, $\beta = 56^\circ$.

Boncz András (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés: Az erőkomponensek egyenlőségét – azaz a 3 m-es kötélrész egyensúlyát – kifejező egyenlet helyett használhattuk volna azt, hogy az adott geometriai feltételek mellett a rendszer helyzeti energiája, $U = -Mgl \cdot \sin \beta - mgl \sin \alpha$ minimális kell, hogy legyen.