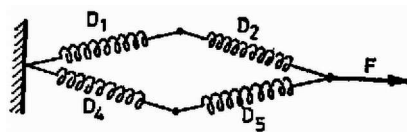


I. megoldás. Tekintsünk olyan rugókat, amelyek eredeti hossza akkora, hogy az $F = 0$ esetben mindegyikük külön-külön is feszültségmentes, valamint elegendően vékonyak és hosszúak, hogy az általuk kifejtett erőket párhuzamosnak tekinthessük; ezenkívül eltekintünk a rugók esetleges oldalirányú elmozdulásaitól.



Képzeltben távolítsuk el a (3) rugót! Ez az elrendezés az ábrán látható. Ha két egymás után kapcsolt rugóra F erő hat, az eredő direkciós erő:

$$D = \frac{F}{x} = \frac{F}{x_1 + x_2} = \frac{F}{\frac{F}{D_1} + \frac{F}{D_2}} = \frac{1}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}}.$$

ahol x_i az i -edik rugó megnyúlása. Az 1. ábra felső, ill. alsó rugóinak direkciós ereje innen:

$$D_{\text{felső}} = \frac{24 \text{ N}}{11 \text{ m}}, \quad \text{illetve} \quad D_{\text{alsó}} = \frac{120 \text{ N}}{11 \text{ m}}.$$

Legyen az egész rendszer megnyúlása x ! Az egyes ágakban ébredő erők:

$$F_{\text{felső}} = D_{\text{felső}} x = \frac{24 \text{ N}}{11 \text{ m}} \cdot x; \quad \text{illetve} \quad F_{\text{alsó}} = \frac{120 \text{ N}}{11 \text{ m}} \cdot x.$$

Tekintsük most csak az (1), illetve a (4) rugó megnyúlását! A sorba kapcsolt rugók mindegyikében azonos erő ébred, így az (1)-re $F_{\text{felső}}$, a (4)-re $F_{\text{alsó}}$ erő hat.

$$x_1 = \frac{F_{\text{felső}}}{D_1} = \frac{8}{11} x, \quad x_4 = \frac{F_{\text{alsó}}}{D_4} = \frac{8}{11} x.$$

Mivel $x_1 = x_4$, ezért ha a (3) rugó kezdetben feszültségmentes állapotban volt, akkor a rendszer megnyúlása esetén sem ébred erő benne. A fentieket figyelembe véve az eredő direkciós erő:

$$D = \frac{F_{\text{eredő}}}{x} = \frac{F_{\text{felső}} + F_{\text{alsó}}}{x} = \frac{\frac{24 \text{ N}}{11 \text{ m}} \cdot x + \frac{120 \text{ N}}{11 \text{ m}} \cdot x}{x} = \frac{144 \text{ N}}{11 \text{ m}} \approx 13,1 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Fedorcsák Péter (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Tegyük fel, hogy a rugók az előző megoldásban leírt tulajdonságokkal rendelkeznek. A rendszer F erő hatására nyúljon meg x -szel, az i -edik rugó ($i = 1, \dots, 5$) x_i -vel.

Ekkor az erők egyensúlyából a rugótörvény segítségével, illetve geometriai megfontolások alapján a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2; \\ x &= x_4 + x_5; \\ x_3 &= x_4 - x_1; \\ D_1 x_1 &= D_2 x_2 + D_3 x_3 \\ D_5 x_5 &= D_3 x_3 + D_4 x_4 \\ F &= D_2 x_2 + D_5 x_5. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszerből az ismeretlenek fokozatos kiküszöbölésével $D_{\text{eredő}} = \frac{F}{x}$ meghatározható:

$$D_{\text{eredő}} = D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 \frac{\left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_4} \right) \left(\frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_5} \right) + \frac{1}{D_3} \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_4} + \frac{1}{D_5} \right)}{(D_1 + D_2)(D_4 + D_5) + D_3(D_1 + D_2 + D_4 + D_5)},$$

azaz

$$D_{\text{eredő}} = \frac{144 \text{ N}}{11 \text{ m}}$$

Vass Gergely (Sopron, Széchenyi I. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Belátható, hogy az eredő direkciós erő akkor is ennyi, ha az $F = 0$ helyzetben a rugók külön-külön nem feszültségmentesek.