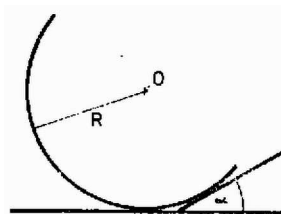
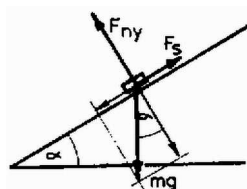


Ha a bogár a félgömbhéj valamelyik pontjában áll, akkor ezt tekinthetjük úgy, mintha egy α hajlásszögű lejtőn volna, ahol α a bogár helyén a gömbhéjhoz húzott érintő és a talaj hajlásszöge (1. ábra).



1. ábra



2. ábra

A lejtőknél megismert összefüggés szerint a tapadási súrlódási erőre (2. ábra):

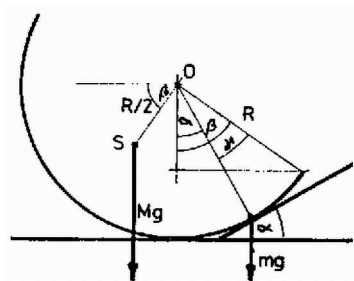
$$F_s \leq \mu F_{ny},$$

azaz

$$mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha.$$

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha \leq \mu.$$

A bogár akkor tud kimászni megcsúszás nélkül a labdából, ha mozgása folyamán minden pontban teljesül az (1) feltétel.



3. ábra

A 3. ábra alapján a bogárból és a félgömbhéjből álló rendszerre felírhatjuk a labda középpontjára vonatkozó forgatónyomatékok egyensúlyát:

$$mgR \sin \alpha = Mg \frac{R}{2} \cos \beta,$$

azaz

$$(2) \quad mgR \sin(\beta - \gamma) = Mg \frac{R}{2} \cos \beta,$$

ahol β az OS egyenesnek a vízszintessel bezárt szögét, γ pedig a bogár helye és a félgömb „szélső” pontja által meghatározott szöget jelöli $\left(0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}\right)$.

A (2) összefüggésből $a = \frac{M}{2m}$ jelöléssel

$$\frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos \beta} = a,$$

$$\operatorname{tg} \beta \cos \gamma - \sin \gamma = a,$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a + \sin \gamma}{\cos \gamma}.$$

Így $\alpha = \beta - \gamma$ alapján

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma} = \frac{a \cos \gamma}{1 + a \cdot \sin \gamma}.$$

Mivel az utóbbi tört számlálója γ -nak csökkenő, nevezője pedig γ -nak növekvő, pozitív értékű függvénye, ezért $\operatorname{tg} \alpha$ γ -nak csökkenő függvénye, így $\operatorname{tg} \alpha$ valamint α a $\gamma = 0$ szélső helyzetben maximális.

Ez azt jelenti, hogy a bogár akkor tud kimászni a labdából, ha még a $\gamma = 0$ szélső helyzetben is teljesül az (1) feltétel, azaz (3) alapján

$$a \leq \mu, \quad \frac{M}{m} \leq 2\mu = 1,$$

vagyis a bogár tömege legalább akkora, mint a labda tömege.

Megyeri Gergely (Bp., Árpád Gimn., III. o. t.)