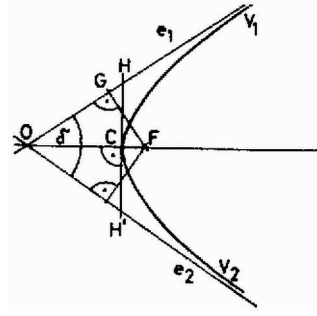


Legyen az M tömegű, R sugarú Nap közvetlen közelében c fénysebességgel elhaladó m tömegű fényrészecske sebessége a Naptól igen nagy távolságban lévő V_1 pontban v . Ekkor mechanikai energiája

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{mozg}} = \frac{1}{2}mv^2 > 0.$$



A részecske pályája a Nap gravitációs terében a V_1 és V_2 ponton átmenő hiperbola, amelynek F fókuszpontjában a Nap áll és aszimptotái a Nap középpontjától $FG = d$ távolságban futó e_1 és e_2 egyenesek. Mivel a „végtelen távoli” V_1 , illetve V_2 pontban a fényrészecske v , ill. v' sebessége párhuzamos az aszimptotákkal, a keresett eltérülés szöge δ , éppen az aszimptoták hajlásszöge. A hiperbola geometriájából (pl. Négyjegyű függvénytáblázat 78. o.) ismert, hogy ha H és H' a hiperbola C csúspontjában húzott érintőnek az e_1 , illetve e_2 aszimptotával való metszéspontja, O az aszimptoták metszéspontja, akkor $HO = H'O = FO = c$ a hiperbola fókusz-távolsága, $CO = a$ a nagytengely, $HC = H'C = b$ a képzetes tengely és fennáll, hogy

$$(1) \quad a^2 + b^2 = c^2.$$

Az FOG és HOC háromszögek egybevágóságából

$$OC = OG = a \quad \text{és} \quad b = HC = FG = d,$$

továbbá

$$FC = R \quad \text{miatt} \quad c = R + a.$$

E két utóbbi összefüggést (1)-be helyettesítve rendezés után azt kapjuk, hogy

$$(2) \quad \frac{a}{d} = \frac{1 - (R/d)^2}{2R/d} = \text{tg}(\delta/2).$$

A mechanikai energia és az impulzusmomentum megmaradását a V_1 és C pontokra felírva

$$(3) \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 - \frac{\gamma Mm}{R},$$

$$mvd = mcR,$$

ahonnan

$$(4) \quad \frac{R}{d} = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{2\gamma M}{Rc^2}} = \sqrt{1 - \frac{v_{sz}^2}{c^2}}.$$

Itt $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ a gravitációs állandó, $M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $R = 7,0 \cdot 10^8 \text{ m}$, $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $v_{sz} = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} \approx 6,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ pedig a szökési sebesség a Nap felszínén. (4)-et (2)-be írva

$$\frac{\delta}{2} \approx \text{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{(v_{sz}/c)^2}{2\sqrt{1 - (v_{sz}/c)^2}} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{v_{sz}}{c} \right)^2, \quad (v_{sz}/c \ll 1)$$

ahonnan a keresett eltérülés

$$\delta \approx \left(\frac{v_{sz}}{c} \right)^2 = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 0,87 \text{ szögmásodperc}.$$

Megjegyzések. 1. A (3) energiamérleg szerint $v^2/c^2 = 1 - v_{sz}^2/c^2 \sim 1$ kb. 10^{-4} pontossággal; vagyis a „fényrészecske” csak igen kis mértékben gyorsul a Nap gravitációs terében.

2. A relativitáselmélet alapján kapott eltérülés $\delta_{\text{rel}} = 1,74''$, éppen kétszerese a klasszikus közelítésnek míg a teljes napfogyatkozásakor megfigyelhető érték $\delta_{\text{kísérlet}} = 1,86''$ (Budó – Mátrai: Kísérleti fizika III., 314. o.).