A labdára ható erőket – a nehézségi erőt (G), a könyv oldalainak nyomóerejét (K) és a súrlódási erőket (S) – az 1. ábrán tüntettük fel. A szimmetrikus elhelyezkedés miatt a jobb és a bal oldalon ható erők egyformák, az erők vízszintes összetevőinek eredője tehát nulla.

1988-09-278-1.eps

1. ábra

Az egyensúly feltétele, hogy az erők függőleges összetevőjének eredője is nulla legyen:

$$2K \sin \alpha - G - 2S \cos \alpha = 0.$$

Innen

$$S = \frac{2K \sin \alpha - G}{2 \cos \alpha}. \tag{1}$$

A súrlódási erőre $S \le \mu K$. Ezt figyelembe véve (1)-ből a következő összefüggést kapjuk:

$$K(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \le \frac{1}{2} G. \tag{2}$$

A labda tehát akkor csúszik fentebb, ha

$$K(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) > \frac{1}{2} G.$$

Ha $(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) > 0$, azaz $\alpha > \operatorname{arc\,tg} \mu$, akkor

$$K > \frac{G}{2(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

nagyságú erővel kell a könyv lapjainak nyomnia a labdát, hogy az feljebb csússzék. Ha $(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) < 0$, akkor

$$K < \frac{G}{2(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}.$$

Itt a jobb oldal negatív, tehát nem létezik olyan K erő, amely följebb juttatná a labdát ebben az esetben. $\operatorname{tg} \alpha = \mu$ esetén (2) teljesül.

Összefoglalva: a labda nem csúszik feljebb, ha

$$2\alpha \le 2 \operatorname{arc\,tg} \mu = 43{,}6^\circ;$$

és ez a szög a labda tömegétől független.

Komorovicz Erzsébet (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

1988-09-278-2.eps

2. ábra

Megjegyzés. Néhány megoldó a 2. ábra szerinti elrendezést vizsgálta. Ekkor azonban a labda már a könyvbe helyezésekor kigurulna. Ha azt kérdeznénk, hogy a könyv oldalainak milyen szöge esetén maradna a labda a 2. ábrán látható helyzetben, akkor a fenti megoldáshoz hasonló eredményt kapnánk kicsit bonyolultabb megfontolással. Azokat a dolgozatokat is értékeltük, amelyek ezt az esetet vizsgálták.