

Folyjon az 1. ábrának megfelelően az egyik ágban I_1 , a másikban I_2 áram.

1988-12-471-2.eps

1. ábra

Ekkor

$$(1) \quad I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2},$$

$$(2) \quad I_2 = \frac{U_0}{R_3 + R_4}.$$

Ha a telep negatív sarkát vesszük a nulla potenciálú pontnak, akkor

$$(3) \quad U_A = I_1 R_2 = \frac{U_0}{R_1 + R_2} R_2,$$

$$(4) \quad U_B = I_2 R_4 = \frac{U_0}{R_3 + R_4} R_4.$$

Így az A és B pontok között fellépő feszültség:

$$(5) \quad U_{AB} = U_A - U_B = U_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}.$$

1988-12-471-3.eps

2. ábra

Folyjon az ideális ampermérő bekapcsolása után a főáramkörben I , az R_1 ellenálláson keresztül I_1 , az A és B pontok között I_2 áram. Ekkor Kirchhoff csomóponti törvénye szerint a 2. ábrán látható áramok folynak az egyes ellenállásokon. A huroktörvényt három független körre is felírhatjuk:

$$(6) \quad I_1 R_1 + (I_1 - I_2) R_2 = U_0,$$

$$(7) \quad (I - I_1) R_3 + (I - I_1 + I_2) R_4 = U_0,$$

$$(8) \quad I_1 R_1 = (I - I_1) R_3.$$

A (6–8) egyenletrendszerből:

$$I_2 = U_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_2 + R_1)}.$$

Ekkora áramot mérne az A és B pontok közé kapcsolt ideális ampermérő.

A két kiszámított mennyiség hányadosa:

$$\begin{aligned} R^* = \frac{U_{AB}}{I_2} &= \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}. \end{aligned}$$

Ennek szemléletes jelentése (melyről az ábra átrajzolásával könnyen meg is győződhetünk): a hálózatnak az A és B pontok között mérhető eredő ellenállása, melyben R_1 és R_2 , illetve R_3 és R_4 egymással párhuzamosan, majd ezek sorosan vannak kapcsolva.

Kégl Balázs (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gimn. IV. o. t.)

Megjegyzések. 1) A c) kérdésre a következőképpen is lehetett válaszolni: Elképzelhetjük az egész elrendezést egy fekete dobozban, úgy, hogy csak az A , ill. B kivezetésekhez férünk hozzá (3. ábra). Ekkor egy ideális voltmérővel mérhető feszültség a fekete doboznak, mint telepnek, az E_0 elektromos erejét jelenti.

Ideális ampermérővel A és B között a rövidzárási $I_{\max}$ áramot mérhetjük ki.

Így az $\frac{E_0}{I_{\max}}$ hányados a doboz, mint telep R_b belső ellenállását adja meg, amely nem más, mint a hálózat eredő ellenállása az A és B pontok között.

Garai Vilmos (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., III. o. t.)

2) Nagyon sokan hibásan úgy számoltak, mintha az A és B közé helyezett ampermérő műszer a főágban folyó áram erősségét mérné. A 4. ábrán feltüntetett két rajz csak a kör eredő ellenállása szempontjából ekvivalens, az áramkép lényegesen eltérő.