

Ha a klasszikus fizika

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

energiaképletével számolnánk, akkor az elektron sebességére

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 4,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

adódna, s ez nagyobb, mint a fénysebesség! Elkerülhetetlen tehát, hogy a relativisztikus formulákat alkalmazzuk.

A v sebességgel mozgó e töltésű részecske energiáját, illetve impulzusát az

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{és} \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

összefüggések adják meg. (Itt m a részecske ún. nyugalmi tömegét jelöli; a táblázatokban ezt adják meg.)

A munkatétel szerint U gyorsítófeszültség esetén fennáll, hogy

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = eU,$$

ahonnan

$$v = c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{eU}{mc^2}\right)^{-2}}.$$

A sebességarányra

$$\frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{2m_e c^2 + eU}{2m_p c^2 + eU}} \cdot \frac{m_p c^2 + eU}{m_e c^2 + eU} = 24,8,$$

az impulzusok arányára

$$\frac{p_e}{p_p} = \sqrt{\frac{2m_e c^2 + eU}{2m_p c^2 + eU}},$$

s végül a de Broglie hullámhosszak arányára $\lambda = h/p$ felhasználásával

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{2m_p c^2 + eU}{2m_e c^2 + eU}} = 34,0$$

adódik.

Juhász Attila (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések: 1. A proton esetében nyugodtan számolhattunk volna a nem relativisztikus képletekkel. A fenti egyenletekben ez annak felel meg, hogy a proton $m_p c^2 = 940 \text{ MeV}$ nyugalmi energiája mellett elhanyagoljuk a gyorsításokból származó $eU = 0,6 \text{ MeV}$ energiaváltozást.

Németh László (Győr, Révai M. Gimn., IV. o. t.)

2. Sokan észrevették, hogy az elektron esetében figyelembe kell venni a „relativisztikus tömegnövekedést”, de az

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

megnövekedett tömeget a klasszikus $E = (1/2) mv^2$ és $p = mv$ képletekbe írták be. Ez az impulzust helyesen adja meg, de a mozgási energiára rossz értéket szolgáltat.