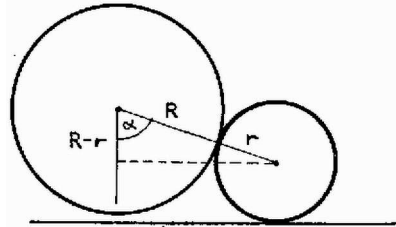


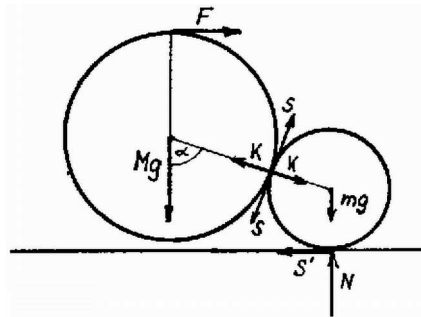
**I. megoldás.** Jelöljük a nagyobb henger tömegét  $M$ -mel, a kisebbét pedig  $m$ -mel. Abban a pillanatban, amikor a nagyobb henger éppen megemelkedik, az 1. ábrán látható  $\alpha$  szögre

$$(1) \quad \cos \alpha = \frac{R-r}{R+r} = \frac{D-d}{D+d}$$

teljesül.



1. ábra



2. ábra

A testekre ható erőket a 2. ábrán tüntettük föl. A nagyobb hengerre ható erők egyensúlyi feltétele

$$(2) \quad Mg - K \cos \alpha - S \sin \alpha = 0,$$

$$(3) \quad F - K \sin \alpha + S \cos \alpha = 0,$$

továbbá a forgatónyomatékok egyensúlyából

$$(4) \quad F \cdot R - S \cdot R = 0.$$

A fenti egyenletrendszerből

$$K = Mg \quad \text{és} \\ S = F = Mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = Mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

adódik. A két henger akkor nem csúszik meg egymáson, ha az  $S$  tapadó súrlódási erő nem haladja meg a felületeket összeszorító  $K$  erő  $\mu$ -szörösét, vagyis ha

$$(5) \quad \frac{S}{K} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < \mu.$$

Amennyiben ez a feltétel a kezdeti – tehát a legnagyobb –  $\alpha$  szögre teljesül, úgy a lassú, óvatos (lényegében egyensúlyi helyzeteken keresztül megvalósuló) áthúzás későbbi pillanataiban is fenn fog állni. A csúzásmentes átgördülés feltétele tehát (1) és (5) összevetéséből

$$(6) \quad \mu > \sqrt{\frac{d}{D}}.$$

Amennyiben a kis henger rögzített, ez a feltétel elegendő a nagy henger óvatos átemeléséhez. Természetesen a mozgás során mindig az  $\alpha$  szög pillanatnyi értékének megfelelő

$$(7) \quad F(x) = Mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

húzóerőt kell kifejtünk. Ennek legnagyobb értéke a kezdeti helyzethez tartozó

$$(8) \quad F_{\max} = Mg\sqrt{\frac{d}{D}}.$$

Ha a kis henger is elfordulhat, illetve elcsúszhat, akkor annak egyensúlyi feltételeit is meg kell vizsgálnunk. A 2. ábra jelöléseivel

$$(9) \quad K \cos \alpha + S \sin \alpha - N = 0,$$

$$(10) \quad K \sin \alpha - S \cos \alpha - S' = 0,$$

$$(11) \quad Sr - S'r = 0.$$

Ezekből, továbbá a korábbi összefüggésekből az

$$(12) \quad S' = S = Mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

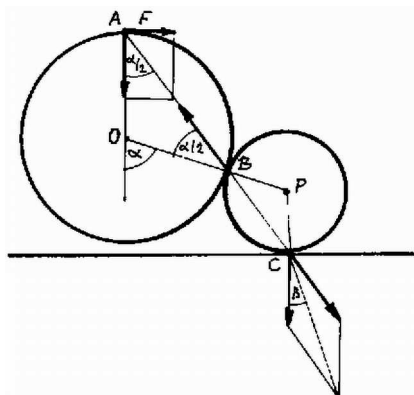
$$(13) \quad N = Mg + mg$$

eredmény adódik. Tekintettel arra, hogy  $m > 0$ ,

$$\frac{S'}{N} = \frac{M}{M+m} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < \mu,$$

a kis henger tehát biztosan nem fog megcsúszni, ha a két henger egymáson nem csúszik el.

**II. megoldás.** Szerkesszük meg  $Mg$ -ből kiindulva az egyensúlyi elrendezéshez tartozó erőket!



3. ábra

Az  $Mg$  és az  $F$  erő eredőjének a hengerek  $B$  érintkezési pontja felé kell mutatnia, ellenkező esetben ugyanis a nagy henger elfordulna  $B$  körül. Innen rögtön adódik, hogy

$$F = Mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

(Felhasználtuk, hogy az  $ABO$  háromszög egyenlő szárú.) A hengerek biztosan nem csúsznak meg egymáson, ha a  $B$  pontban ható erőnek és a felületekre merőleges egyenesnek a szöge kisebb, mint a  $\mu$  súrlódási együtthatóhoz tartozó határszög:

$$\frac{\alpha}{2} < \operatorname{arctg} \mu,$$

azaz

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < \mu.$$

Ez a feltétel egyúttal a kis henger stabilitását is biztosítja, hiszen az  $ABO$  és a  $CBP$  háromszögek hasonlóak, így a nagy henger által a kisebb hengerre kifejtett erő hatásvonala átmegy  $C$ -n, s ehhez az erőhöz az  $mg$  erőt is hozzáadva az eredőnek a függőlegessel bezárt  $\beta$  szöge biztosan kisebb, mint  $\alpha/2$ .

*Megjegyzések.* 1. Belátható, hogy a  $b)$  esetben az egyensúlyi helyzetnek megfelelő nagyságú  $F$  erő esetén a rendszer a tiszta gördülésre nézve nem instabil, hanem közömbös.

2. A nagyobb henger nem csak egyensúlyi helyzetek sorozatán keresztül emelhető át az akadályon, hanem pl. egy hirtelen rántással is; ezek vizsgálata azonban lényegesen bonyolultabb feladat lenne.