

Jelöljük a Föld sugarát R -rel, tömegét M -mel, a tömegvonzási állandót pedig f -fel!

1988-03-137-1.eps

1. ábra

Az $(R + h)$ sugarú körpályán keringő műhold mozgásegyenlete:

$$f \frac{Mm}{(R + h)^2} = \frac{mv_0^2}{R + h},$$

ahonnan a sebességére

$$(1) \quad v_0 = \sqrt{\frac{f \cdot M}{R + h}}$$

adódik.

Ha a műhold egy ellipszispályára tér át, akkor annak fél nagytengelye az 1. ábra szerint

$$(2) \quad a = \frac{2R + h + H}{2}.$$

Amennyiben a műhold egy a sugarú körpályán keringene, úgy a keringési ideje

$$(3) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{fM}}$$

lenne (lásd a mozgásegyenletét!). Másrészt viszont *Kepler III.* törvénye szerint az ellipszis alakú pályán mozgó test keringési ideje csak a nagytengely nagyságától függ, tehát (3) általánosan nem csak kör, hanem ellipszis pályára is érvényes. (2) és (3) segítségével már válaszolhatunk a második kérdésre, kiszámíthatjuk a keringési időt. Célszerű azonban előbb f és M szorzatát a Föld felszínén mérhető g nehézségi gyorsulással kapcsolatba hozni :

$$(4) \quad f \cdot M = g \cdot R^2.$$

$R \approx 6380$ km és $g \approx 0,01$ km/s² értékekkel számolva

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R + \frac{h+H}{2})^3}{g \cdot R^2}} \approx 12 \text{ óra}$$

adódik.

1988-03-137-2.eps

2. ábra

A műhold sebességének megváltozását *Kepler II.* törvénye segítségével számíthatjuk ki. Jelöljük v_1 -gyel az ellipszispályán keringő test legnagyobb (tehát a földközeli mértékű) sebességét! Egy kicsiny Δt idő alatt a műhold $v_1 \cdot \Delta t$ utat tesz meg, a vezérsugar tehát ezen idő alatt $v_1 \cdot \Delta t \cdot (a - c)/2$ nagyságú területet sírol (2. ábra). A területi sebesség állandósága miatt ez a terület annyszor kisebb az ellipszis teljes $a \cdot b \cdot \pi$ területénél, ahányszor kisebb a Δt időtartam a T keringési időnél:

$$\frac{v_1 \cdot \Delta t \cdot (a - c)}{2 \cdot a \cdot b \cdot \pi} = \frac{\Delta t}{T}.$$

Innen $b^2 = a^2 - c^2$ és a $c = R + h$, valamint (3) felhasználásával

$$v_1 = \sqrt{f \cdot M \left(\frac{2}{R + h} - \frac{1}{R + (h + H)/2} \right)}$$

adódik. A numerikus adatok behelyettesítése után a sebességváltozásra végül a

$$v_1 - v_0 = 2,4 \text{ km/s}$$

értéket kapjuk.