

I. megoldás: A rúd két végpontjának sebességvektora nem párhuzamos egymással, így a mozgás felfogható egy távoli centrum körül végzett forgómozgásként. A középpont helyét a két sebességvektorra merőlegesen fektetett egyenesek metszéspontja adja meg, ezt az ábrán D -vel jelöltük.

1987-05-235-1.eps

Az A pont sebessége v , a B pont sebességét jelöljük u -val. A forgómozgás (pillanatnyi) ω szögsebessége és a végpontok sebessége között fennálló összefüggés:

$$\omega = \frac{u}{\overline{BD}} = \frac{v}{\overline{AD}}.$$

Határozzuk meg a két pályasugarat! Az ábra jelöléseinek megfelelően

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= \overline{AE} + \overline{ED} = l \cdot \sin \alpha + l \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta, \\ \overline{BD} &= l \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.\end{aligned}$$

A két szög közötti kapcsolatot az

$$l \cdot \sin \alpha + R \cdot \sin \beta = R$$

összefüggés szolgáltatja, ahonnan

$$\sin \beta = 1 - \frac{l}{R} \sin \alpha = 1 - \sqrt{2} \cdot \sin \alpha.$$

A fentiek felhasználásával a keresett sebesség:

$$u = v \frac{1}{1 - \sqrt{2} \cdot \sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha \sqrt{2 \cdot \sqrt{2} \sin \alpha - 2 \sin^2 \alpha}}.$$

II. megoldás: A rúd hosszának állandóságát felhasználva is meghatározhatjuk az u és v sebességek közötti összefüggést. A két sebesség rúdírányú összetevője megegyezik, azaz az ábra jelöléseivel

$$v \cdot \cos \alpha = u \cdot \cos(90^\circ - \alpha - \beta).$$

Ebből, valamint α és β kapcsolatát kifejező geometriai összefüggésből – azonos átalakítások után – megkapjuk az 1. megoldásban közölt végeredményt.

Megjegyzés: Sokan – tévesen – úgy érveltek, hogy a rúd nyújthatatlansága miatt a végpontok sebességének vízszintes összetevője azonos nagyságú kell legyen; ebből természetesen hibás eredményre jutottak.