

Az egyatomos ideális gáz állandó térfogaton vett fajhője: $C_V = (3/2)(R/M)$. A gázok állapotegyenlete: $pV = (m/M)RT$. A belső energiája $E = C_V mT$. Fejezzük ki az állapotegyenletből a T hőmérsékletet, és C_V -vel együtt írjuk be a belső energia kifejezésébe. Így a következő összefüggést kapjuk: $E = (3/2)p \cdot V$.

Jelöljük D -vel a körfolyamat AB szakaszán azt a pontot, amíg hőfelvétel történik. Így $Q_{AD} > 0$ és $Q_{DB} < 0$. Határozzuk meg a D pont helyét! Az A és B pontokon átmenő egyenes egyenlete:

$$(1) \quad p(V) = p_0/V_0(-V + 5V_0).$$

Kis, $\Delta V \ll V$ térfogatváltozás esetén a gáz tágulása közben végzett munka:

$$(2) \quad \Delta W = -p \cdot \Delta V = p_0/V_0(5V_0 - V)\Delta V.$$

Eközben a gáz belső energiájának megváltozása

$$(3) \quad \Delta E = \Delta(3/2pV) = (3/2)[p(V + \Delta V) \cdot (V + \Delta V) - p(V) \cdot V].$$

Az utóbbi kifejezésbe beírva az (1) nyomásfüggvény $V + \Delta V$ helyen vett értékeit és elhanyagolva a $(\Delta V)^2$ -es tagokat:

$$E = (3/2)(p_0/V_0)(5V_0 - 2V)\Delta V.$$

A ΔV szakaszon a hőfelvétel pedig:

$$Q_V = \Delta E - \Delta W = (p_0/2V_0)(25V_0 - 8V)\Delta V.$$

Látjuk, hogy $V < (25/8)V_0$ esetén $\Delta Q \Delta V > 0$, a gáz hőt vesz fel. A D pontnál a térfogat $V_D = (25/8)V_0$. (1)-ből: $p_D = (15/8)p_0$. Az AD szakaszon a munkavégzés:

$$W_{AD} = -\frac{p_A + p_D}{2}(V_D - V_A) = -\frac{799}{128}p_0V_0.$$

A belső energia változása:

$$E_{AD} = \frac{3}{2}(p_D V_D - p_A V_A) = \frac{357}{128}p_0V_0.$$

Végül az AD szakaszon felvett hő:

$$Q_{AD} = \Delta E_{AD} - W_{AD} = 289/32 p_0 V_0.$$

A BC szakaszon $\Delta E_{CB} < 0$, mert a hőmérséklet csökken, és $W_{CB} > 0$, mert a gáz összenyomódik, így a $Q_{BC} = \Delta E_{CB} - W_{CB} < 0$. A gáz tehát hőt ad le ezen a szakaszon.

A CA szakaszon $W_{CA} = 0$, hiszen a térfogat állandó. Így

$$Q_{CA} = \Delta E_{CA} = (3/2) \cdot (p_A V_A - p_C V_C) = (9/2)p_0 V_0,$$

azaz a rendszer hőt vesz fel.

A hasznos munka az AB és a CB egyenesek alatti területek különbségének abszolútértéke, ami a körfolyamat által bezárt területtel egyezik meg:

$$W_{\text{hasznos}} = (9/2)p_0 V_0.$$

A teljes felvett hő nagysága:

$$Q_{\text{fel}} = Q_{AD} + Q_{CA} = 433/32 p_0 V_0.$$

A körfolyamat hatásfoka:

$$\frac{W_{\text{hasznos}}}{Q_{\text{fel}}} = \frac{144}{433} \approx 33,26 \, \%.$$

Megjegyzések. 1. A D pont helyét több megoldó más módon határozta meg. Ha felrajzoljuk az ideális gáz adiabatáinak egyenletét ($pV = \text{áll.}$), akkor lesz egy, amely a D pontban érinti az AB egyenest. A két görbe meredekségének egyenlőségéből az előző megoldással egyező eredményt kapunk V_D -, ill. p_D -re.

2. Legtöbb megoldás azért hibás, mert feltételezték, hogy az AB szakaszon végig hőfelvétel van.