

Az n darab telep elektromotoros ereje legyen $E_1, E_2, \dots, E_n$, belső ellenállása $R_1, R_2, \dots, R_n$! A feladatban megfogalmazott kérdés nem egyértelmű: nem mondja meg, hogy mit kell optimalizálnunk, és milyen feltételek mellett. Pontosítani lehetne például így: (a) Milyen telepeket célszerű párhuzamosan kapcsolni, ha maximális teljesítményt akarunk kivenni belőlük adott R ellenállású fogyasztóval? Vagy így: (b) Milyen telepeket célszerű párhuzamosan kapcsolni, ha – szabadon változtatható terheléssel – a lehető legnagyobb teljesítményt akarjuk kivenni belőlük? Esetleg: (c) ha a legjobb hatásfokkal kívánjuk használni a telepeket. A (c) esetben a válasz viszonylag könnyen megadható: minél nagyobb ellenállású fogyasztót kell használni, és a telepeket nem szabad párhuzamosan kapcsolni – használjuk csak az egyiket! Így a hatásfokkal tetszőlegesen megközelíthetjük az 1-et. A másik két esetben a megoldás:

(a) A párhuzamosan kapcsolt telepekre kötött fogyasztó kapcsolási rajza az áramirányokkal az ábrán látható.

1987-02-085-1.eps

A csomóponti törvény szerint

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

A huroktörvény az egyes telepekből és a fogyasztóból álló hurokra:

$$E_1 = R_1 I_1 + RI,$$

$$E_2 = R_2 I_2 + RI,$$

...

$$E_n = R_n I_n + RI.$$

Az utóbbi n egyenletből az áramerősség az i -edik telepben:

$$I_i = \frac{E_i - RI}{R_i}.$$

Behelyettesítve a csomóponti egyenletbe:

$$I = \sum_i \frac{E_i - RI}{R_i},$$

ahonnan

$$I = \frac{1}{R} \cdot \frac{\sum_i \frac{1}{R_i} E_i}{\frac{1}{R} + \sum_i \frac{1}{R_i}}.$$

Adott fogyasztón a $P = I^2 \cdot R$ teljesítmény akkor maximális, ha az áram maximális. Előfordulhat, hogy I akkor a legnagyobb, amikor nem is használjuk fel az összes telepet. Az $\frac{1}{R}$ után álló tört nem más, mint az elektromotoros erőknek az $1/R_i$ vezetőképességekkel súlyozott számtani közepe, beleértve a fogyasztó ága is, ahol az elektromotoros erőt zérusnak tekintjük. I növekszik akkor, ha az

$$E = \frac{\sum_i \frac{1}{R_i} \cdot E_i}{\frac{1}{R} + \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

átlagfeszültségnél kisebb elektromotoros erejű telepeket kikapcsoljuk, ezek ugyanis lefelé húzták az átlagot. Az új átlagfeszültség magasabb lesz, és ha újból akad kisebb elektromotoros erejű telep, azokat is kapcsoljuk ki egészen addig, amíg a maradék telepekre:

$$E_j > E.$$

A (b) esetben R -et úgy választhatjuk meg, hogy a lehető legnagyobb

$$P = I^2 R = \frac{1}{R} \left(\frac{\sum_i E_i / R_i}{1/R + \sum_i 1/R_i} \right)^2$$

teljesítményt vehessük ki a telepekből. P -nek ott van maximuma, ahol a nevezőben szereplő

$$f(R) = R \cdot \left(\frac{1}{R} + \sum_i \frac{1}{R_i} \right)^2 = \frac{1}{R} + \text{állandó} + R \left(\sum_i \frac{1}{R_i} \right)^2$$

függvény a legkisebb értéket veszi fel, vagyis ahol

$$\frac{df}{dR} = -\frac{1}{R^2} + \left(\sum_i \frac{1}{R_i} \right)^2 = 0.$$

Innen a maximális teljesítményt felvevő fogyasztó vezetőképessége:

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i},$$

a maximális teljesítmény pedig:

$$P_{\max} = \frac{\left(\sum_i E_i / R_i \right)^2}{4 \sum_i 1 / R_i}.$$

Most is előfordulhat, hogy $P_{\max}$ nagyobb akkor, ha nem használjuk fel az összes telepet. A $k_1, \dots, k_m$ telepeket érdemes kikapcsolni, ha

$$\frac{\sum_{i \neq k_1 \dots k_m} E_i / R_i^2}{4 \sum_{i \neq k_1 \dots k_m} 1 / R_i} > \frac{\left(\sum_i E_i / R_i \right)^2}{4 \sum_i 1 / R_i}.$$