A vizsgált körfolyamatoknál az 1–2 átmenet izochor, a 2–3 folyamat – mivel a képe egyenes, így $T/V = p$ állandó – izobár, a 3–4 folyamat izochor, a 4–1 folyamat pedig ismét izobár, az előzőnél kisebb állandó nyomáson. Nézzük meg az 1–3 átmenetet! A parabola egyenlete $T = c \cdot V^2$. Az ideális gáz állapotegyenletét felhasználva $pV = cNkV^2$, azaz $p'V = Nkc =$ állandó.

1986-03-140-5.eps

1. ábra

A fentiek alapján a körfolyamatokat a p–V diagrammon az 1. ábrának megfelelően ábrázolhatjuk. Azonnal látszik, hogy mindkét körfolyamat egyenlő területeket fog közbe, tehát a hasznos munka mindkét esetben ugyanaz. $\eta = W_h/Q_{fel}$, ezért a hatásfok kiszámításához a felvett hő ismeretére van szükségünk.

Az 1–2–3–1 körfolyamat esetén a gáz az 1–2 és a 2–3 átmenet során vesz fel hőt, a 3–1 folyamat során pedig lead hőt. Legyen a felvett hő Q_1, a leadott hő Q_2 nagyságú. A körfolyamat végén a gáz ugyanazon állapotba tért vissza, így a belső energiája nem változott. Az I. főtételből (W_h előjele negatív, hiszen a hasznos munkát a gáz végzi a környezetén):

$$\Delta U = Q_1 - Q_2 - W_h = 0. \tag{1}$$

Ezért $W_h = Q_1 - Q_2$, $\eta_1 = W_h/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1 = 1 - (Q_2/Q_1)$.

Az 1–3–4–1 körfolyamat esetén a felvett hő Q_2 (1–3 átmenet), mert a 3–4 és a 4–1 folyamat során hőleadás van. Így

$$\eta_2 = \frac{W_h}{Q_2} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{Q_1}{Q_2} - 1.$$

A $2-3$ átmenetnél a gáz nagyobb átlagos nyomás ellen végez hasznos (negatív) munkát, mint az $1-3$ átmenetnél, és mivel mindkét folyamat végállapota azonos belső energiát jelent, így az 1–2–3 átmenet során a gáznak több hőt kellett felvennie: $Q_2 < Q_1$, Ezért

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{W_h/Q_1}{W_h/Q_2} = \frac{Q_2}{Q_1} - 1,$$

tehát az $1-3-4-1$ körfolyamat hatásfoka nagyobb. Ezenkívül észrevehetjük, hogy

$$\eta_1 = 1 - (Q_2/Q_1) = 1 - (\eta_1/\eta_2), \quad \text{azaz} \quad \eta_1 = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}.$$

Dányi Gábor (Aszód, Petőfi S. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Sok megoldó a hatásfokot a hasznos munka és a befektetett munka hányadosaként számolta, és a befektetett munkát a megfelelő görbe alatti terület mértékével vette egyenlőnek. Termodinamikai folyamatoknál egyrészt a hatásfok a hasznos munka és a felvett hő (ami nem azonos a befektetett munkával) aránya, másrészt ez utóbbi mértéke nem egyenlő a görbe alatti terület mérőszámával.

Bebizonyítható, hogy f szabadsági fokú gáz esetén a felvett hőt a p–V síkon a görbe alatti T_a terület $(f+2)/2$-szeresének és a görbe „melletti” T_m terület $(f/2)$-szeresének összege adja (l. a 2. ábrát). A belső energiát csökkentő folyamatoknál ez a leadott hővel egyenlő.

1986-03-141-1.eps

2. ábra

Nyilas István László (Nyíregyháza, Krúdy Gy. Gimn., IV. o. t.)

2. Tetszőleges folyamat esetén a gáz fajhője a folyamat során változik. Azon folyamatokat, amelyek során a fajhő állandó, politrop folyamatoknak nevezzük. Ezekre az állapotegyenleten kívül a $pV^n =$ áll. összefüggés is érvényes, ahol n valamilyen valós szám. Speciálisan, ha $n = -1$, azaz $p/V =$ áll., (ilyen a feladatban az $1-3$ átmenet), akkor a fajhő állandó, ennek értékére némi számolás után $(c_p + c_v)/2$ adódik. Ezt ismerve közvetlenül kiszámolhatjuk a hőleadást, illetve hőfelvételt, és így a folyamat hatásfokát.