

Tekintsük a vízben úszó dugót és a vizet összenyomhatatlannak, azaz sűrűségüket ϱ_d -t és ϱ_v -t állandónak! Összenyomás előtt a dugó egyensúlyban volt: súlya megegyezett a víztől és levegőtől származó felhajtóerők összegével.

1986-03-134-1.eps

Az ábra jelöléseivel (ϱ a levegő sűrűségét jelöli az összenyomás előtt)

$$\varrho_d \cdot h \cdot A \cdot g = \varrho_v \cdot x \cdot A \cdot g + \varrho \cdot (h - x) \cdot A \cdot g;$$

$$x = h \cdot \frac{\varrho_d - \varrho}{\varrho_v - \varrho}.$$

A dugó lenyomásával megnöveltük a levegő sűrűségét: $\varrho' > \varrho$. Az új egyensúly beállta után

$$x' = h \cdot \frac{\varrho_d - \varrho'}{\varrho_v - \varrho'}.$$

A vízszinteshez képest a dugó helyzetének változása:

$$\begin{aligned} \Delta x = x' - x &= h \cdot \left[\frac{\varrho_d - \varrho'}{\varrho_v - \varrho'} - \frac{\varrho_d - \varrho}{\varrho_v - \varrho} \right] = \\ &= -h \cdot \frac{(\varrho_v - \varrho_d) \cdot (\varrho' - \varrho)}{(\varrho_v - \varrho) \cdot (\varrho_v - \varrho')}. \end{aligned}$$

Mivel $\varrho_v > \varrho_d > \varrho' > \varrho$, ezért Δx negatív – a dugó lenyomása a vízszinteshez képest kis kiemelkedést okoz.

$$\begin{aligned} \varrho_v \gg \varrho \quad \varrho_v \gg \varrho', \quad \text{ezért} \\ \Delta x \approx -h \cdot \frac{\varrho_v - \varrho_d}{\varrho_v^2} \cdot \Delta \varrho. \end{aligned}$$

Ebből látható, hogy a dugó kiemelkedése a vízszinteshez képest nagyon kicsi. Ha a kád vízfelülete nem elég nagy, akkor a dugónak az edény aljához viszonyított abszolút kiemelkedése még kisebb lesz.

Megjegyzések. 1. Több megoldó figyelembe vette, hogy a parafa oldalán a lyukacsokba víz préselődhet, ami süllyedést okozna. Azonban ez is legalább annyira jelentéktelen hatás, mint az előző.

2. Nem árt tisztázni: a felhajtóerő a magassággal való lineáris nyomásváltozásból származik folyadék és gáz esetén egyaránt. Nagy hiba kétszer figyelembe venni ugyanazt a hatást. Állandó hőmérsékleten a gáz nyomásának lineáris változása következik a $p = p_0 \cdot \exp \left[-\frac{\varrho_0 g x}{p_0} \right]$ barometrikus magasságformulából, ha kis x esetén az

$$e^{-(\varrho_0 g x)/p_0} \approx 1 - \frac{\varrho_0 g x}{p_0}$$

közelítést alkalmazzuk.