

A testen csak a vízszintes irányban ható erők végeznek munkát. Ezek: a súrlódási erő $S = \mu mg = 30$ N, és a rugóerő $F = Dx$, $m = 7,5$ kg a test tömege, $g = 10$ m/s² a nehézségi gyorsulás, $\mu = 0,4$ a súrlódási együttható, $D = 60$ N/m a rugóállandó és x a rugó megnyúlása. A két erő ellentétes irányú, ha a test sebességének iránya meg nem változik, de ez, mint látni fogjuk, nem következik be.

A testre ható eredő erő $F_e = F - S$.

A mozgás során érvényes az energiamegmaradás tétele:

$$(1/2)mv^2 = (1/2)Dx_0^2 - (1/2)Dx^2 - \mu mg(x_0 - x),$$

ahol $x_0 = 0,8$ m a kezdeti megnyúlás, v az x megnyúláshoz tartozó pillanatnyi sebesség.

a) A test megáll, ha pillanatnyi sebessége nulla. Az előbbi összefüggés alapján a megállás helyére a következő két értéket kapjuk:

$$\begin{aligned}x_1 &= (2\mu mg/D) - x_0 = 0,2 \text{ m}, \\x_2 &= x_0 = 0,8 \text{ m}.\end{aligned}$$

1986-02-088-3.eps

Csak az $x_1 = 0,2$ m megoldás esetén teljesül, hogy a tapadási súrlódási erő nagyobb, mint a rugóerő. A másik gyök a kezdeti állapotot jelenti, amikor ugyan $v = 0$, de az eredő erő képes elindítani a testet, tehát nincs nyugalom. A test tehát akkor áll meg, amikor a rugó megnyúlása 0,2 m. Ekkor a test a rögzítési ponttól 1,8 m-re van.

A grafikonról leolvasható, hogy a testen végzett munka a indulástól a megállásig épp nulla.

b) A maximális sebességet ott éri el a test, ahol a rá ható erők eredője (F_e) épp nulla, hiszen e hely előtt $F_e > 0$, azaz a test gyorsul, utána pedig $F_e < 0$, azaz a test lassul. Jelölje ezen a helyen x_m a rugó megnyúlását! Ekkor

$$Dx_m - \mu mg = 0;$$

így

$$x_m = \mu mg/D = 0,5 \text{ m}.$$

$F_e(x)$ lineáris függvénye a rugó megnyúlásának, ezért x_m éppen számtani közepe x_1 -nek és x_2 -nek, amely megnyúlásoknál a test sebessége épp nulla.

c) A maximális megnyúláshoz tartozó sebesség értékét az energiamegmaradás tétele segítségével határozhatjuk meg:

$$(1/2)mv_m^2 = (1/2)Dx_0^2 - (1/2)Dx_m^2 - \mu mg(x_0 - x_m).$$

Innen

$$v_m = \left(x_0 - \frac{\mu mg}{D}\right) \sqrt{\frac{D}{m}} = 0,85 \text{ m/s}.$$