

a) Legyen a lejtőn fekvő, nyugalomban levő üvegcső alsó, ill. felső légoszlopában levő nyomás p_1 , ill. p_2 ! A higanyoszlop egyensúlyi feltétele:

$$(1) \quad (p_1 - p_2)A = \varrho ghA \sin \alpha,$$

ahol A a cső keresztmetszete, ϱ a higany sűrűsége. Jelöljük a vízszintes helyzetben levő cső légoszlopainak hosszát L -lel, $L = \frac{l-h}{2}$ és x legyen a higanyoszlop elmozdulása az eredeti helyzetéhez viszonyítva! A *Boyle–Mariotte*-törvény alapján

$$(2-3) \quad pL = p_1(L - x) \quad \text{és} \quad pL = p_2(L + x).$$

Az (1)–(3) egyenletrendszer a $c = \frac{\varrho gh \sin \alpha}{p}$ dimenziótlan szám bevezetésével x -ben másodfokú egyenletre vezet, amelynek a fizikailag értelmes megoldása:

$$(4) \quad x = L \left(\sqrt{1 + \frac{1}{c^2}} - \frac{1}{c} \right).$$

Így a két légoszlop hossza a feladat adataival:

$$L - x = 49,3 \text{ cm} \quad \text{és} \quad L + x = 50,7 \text{ cm}.$$

b) A lejtőn csúszó üvegcső lejtő menti gyorsulása súrlódás esetén:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Ha a kötél elvágása után az alsó és felső légoszlop nyomását most is p_1 -gyel, p_2 -vel jelöljük, akkor a higanyra Newton II. törvénye a következőképpen írható fel:

$$(p_2 - p_1)A + \varrho ghA \sin \alpha = \varrho hAa.$$

A gyorsulás értékét behelyettesítve ez az egyenlet az (1) egyenlethez hasonló alakra hozható:

$$(p_1 - p_2)A = \varrho ghA\mu \cos \alpha.$$

Ha most is x jelöli a higany elmozdulását az eredeti vízszintes helyzethez képest, akkor a (2) és (3) egyenlet nem változik. Így az (1)–(3) egyenlet az a) részben kapott másodfokú egyenletre vezet, csak ebben az esetben $c = \frac{\varrho gh\mu \cos \alpha}{p}$. A (4) összefüggés alapján, a feladat adatait felhasználva a légoszlopok hossza:

$$L - x = 49,8 \text{ cm} \quad \text{és} \quad L + x = 50,2 \text{ cm}.$$

Megjegyzés. Láthatjuk, hogy ha a lejtőn nincs súrlódás, akkor $c = 0$, így $x = 0$, azaz a higanyoszlop nem mozdul el. Több megoldó hibásan számolta az egyes légoszlopok nyomását. Hibásan feltették, hogy $p_1 = p + \varrho gh \sin \alpha$ és $p_2 = p - \varrho gh \sin \alpha$.