

Tekintsük a testeket pontszerűnek! Amíg a testek az 1. ábrán látható helyzetbe kerülnek, mindkét test gyorsulásának és sebességének nagysága (v) egyenlő. Mivel súrlódás nincs, a munkatételből

$$mgl = 2 \cdot (1/2)mv^2, \quad v = \sqrt{gl} = 3,16 \text{ m/s}, \quad (g = 10 \text{ m/s}^2).$$

1985-05-234-2.eps

1. ábra

Amikor a felső test elhagyja az asztalt, függőlegesen sebessége nulla, az alsó testé pedig v . Ekkor egy ütközés játszódik le a két test között, amelyben az erőt a fonál közvetíti. Tételezzük fel, hogy a fonál mechanikai tulajdonságai olyanok, hogy ez az ütközés rugalmatlan, ellenkező esetben ugyanis a fonál belazul, és nagyon nehézé válna a testek további mozgásának nyomonkövetése!

A testeket összekötő szakasz felezőpontjában található T tömegközéppont $v_T = (v_x, v_y)$ sebessége ekkor az impulzusmegmaradásból számolható:

$$v_x \cdot 2m = mv + 0, \quad v_y \cdot 2m = 0 + mv,$$

ebből $v_x = v/2$, $v_y = v/2$, így v_T nagysága $v/\sqrt{2}$, iránya a vízszintessel -45° -os szöget zár be.

A két testből álló rendszernek perdülete is van a tömegközéppont körül:

$$N = mv \cdot (l/2) = \Theta\omega = 2 \cdot m(l/2)^2\omega,$$

ebből

$$\omega = v/l = \sqrt{g/l}.$$

1985-05-234-3.eps

2. ábra

Az 1. ábrán látható helyzet után a tömegközéppont v_T kezdősebességgel, a ferde hajítás törvényei szerint mozog, miközben a testek állandó szögsebességgel körmozgást végeznek körülötte (2. ábra). A rendszer perdülete azért marad meg, mert a testekre ható nehézségi erő forgatónyomatéka nulla a tömegközéppontra nézve.

A kötél $\pi/2$ fordulat után kerül vízszintes helyzetbe, az ehhez szükséges idő:

$$t = \frac{\pi/2}{\omega} = \frac{\pi l}{2v} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} = 0,5 \text{ s}.$$

Ezalatt a tömegközéppont által függőlegesen megtett út:

$$y = v_y \cdot t + (g/2)t^2 = (v/2)t + (g/2)t^2.$$

Az asztal szükséges magasságát úgy kapjuk meg, hogy y -hoz hozzáadjuk a tömegközéppont és az asztal szintjének $l/2 = 0,5$ m-es távolságát:

$$h = \frac{l}{2} + \frac{v}{2}t + \frac{g}{2}t^2 = \frac{l}{2} + \frac{\sqrt{lg}}{2} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{g}{2} \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \right)^2 = l \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi^2}{8} \right) = 2,52 \text{ m}.$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy az a hallgatónakos feltételezésünk, hogy az esés folyamán a kötél feszes, a mozgás során végig teljesül.

A $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}}$ nem az egyetlen lehetséges megoldás, a $\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ szögelforduláshoz tartozó megoldások is mind jók. Ennek megfelelően végtelen sok megoldás van:

$$h = l \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}(2k+1) + \frac{\pi^2}{8}(2k+1)^2 \right].$$

Az első néhány lehetséges asztalmagasság:

$$2,52 \text{ m}, \quad 13,95 \text{ m}, \quad 35,27 \text{ m}.$$

Ezek közül a legkisebb 2,52 m, de még ez sem normális asztalméret.