

Az areométer Arkhimédész törvénye értelmében különböző sűrűségű folyadékokba különböző mélyre merül. Legyen az areométer alsó részének térfogata V_0 , üvegcsövének keresztmetszete A , hossza h , az areométer tömege m ! Feltételezhetjük, hogy az areométert úgy készítették, hogy az alsó része épp belemerül a tiszta vízbe. Arkhimédész törvénye miatt ekkor $V_0 \rho_{\text{víz}} g = mg$. Határozzuk meg, hogy a vízbe merüléshez képest milyen x mélységre merül egy ρ sűrűségű folyadékba (1. ábra)!

1985-02-088-2.eps

1. ábra

Az areométerre ható felhajtóerő egyensúlyt tart a nehézségi erővel így

$$(V_0 + A \cdot x) \cdot \rho \cdot g = m \cdot g,$$

innen az előző összefüggéssel

$$(1) \quad x = \frac{V_0}{A} \left(\frac{\rho_{\text{víz}}}{\rho} - 1 \right).$$

Ennek alapján tudunk olyan beosztást készíteni a csövön, amelyről a folyadék sűrűségét olvashatjuk le.

Ha megállapítjuk, hogy milyen összefüggés van az alkohol–víz elegy sűrűsége és a keverék alkohol tömegkoncentrációja között, akkor a beosztást a tömegkoncentrációnak megfelelően is elkészíthetjük. *A matematikai, fizikai és kémiai összefüggések* c. tankönyv 189. oldalán található egy táblázat, amelyből leolvasható, mennyi a különböző arányú etilalkohol–víz keveréknek a sűrűsége 20 °C-on.

1985-02-089-1.eps

2. ábra

Készítsük el a 2. ábrán látható grafikont! Ábrázoljuk először a tömegkoncentráció (t) függvényében a sűrűséget, majd az (1) összefüggés alapján a sűrűség függvényében az areométer csövének bemerülését (x -et)! Az így kapott grafikon alapján már elkészíthetjük a cső beosztását. (A szaggatott vonal az 50%-os koncentrációnak megfelelő beosztás elkészítését mutatja.)

Vizsgáljuk meg, hogyan függ a sűrűség a tömegkoncentrációtól! Öntsünk össze m_v tömegű vizet és m_a tömegű etilalkoholt. Ha feltételezzük, hogy összeöntéskor a víz és az alkohol térfogata összeadódik, akkor az elegy sűrűsége

$$\rho = \frac{m_v + m_a}{(m_v/\rho_v) + (m_a/\rho_a)}$$

lesz (ρ_v a víz, ρ_a az alkohol sűrűsége).

Az elegy tömegkoncentrációja $t = \frac{m_a}{m_v + m_a} \cdot 100$, ezt felhasználva

$$\rho = \frac{(m_v/m_a) + 1}{(m_v/\rho_v m_a) + (1/\rho_a)} = \frac{100 \rho_a \rho_v}{(\rho_v - \rho_a)t + 100 \rho_a}$$

Behelyettesítve ρ_v és ρ_a értékét

$$(2) \quad \rho = \frac{10^5}{0,267t + 10^2} \text{ kg/m}^3.$$

Ha az így kapott sűrűséget t függvényében ábrázoljuk, a grafikonon a vékonyan húzott görbét kapjuk, ami eltér a táblázat alapján felrajzolt valódi görbétől. Ebből az következik, hogy víz és alkohol összeöntésekor az elegy térfogata kevesebb, mint az alkotórészek térfogatának összege.

Ha ρ (2)-beli értéke alapján készítenénk a skálát, akkor az kb. 15%-os hibát okozna.