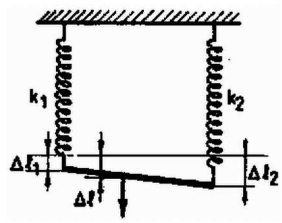
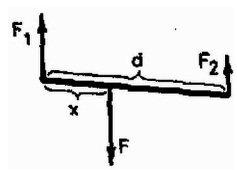
A rugókat feszítő F_1 és F_2 erő, valamint a Δl_1 és Δl_2 megnyúlás között érvényesek a következő összefüggések (1. ábra):



1. ábra

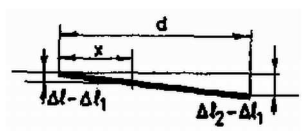
$$k_1 \Delta l_1 = F_1, \quad k_2 \Delta l_2 = F_2.$$

A rúd mindkét végére írjuk fel a forgatónyomatékok egyensúlyának egyenletét (2. ábra):



2. ábra

$$Fx = F_2 d, \quad F(d-x) = F_1 d.$$



3. ábra

Jelöljük Δl-lel az F erő támadáspontjánál a rúd elmozdulását! A 3. ábrán látható háromszögek hasonlósága miatt:

$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{\Delta l - \Delta l_1} = \frac{d}{x}.$$

Az öt egyenletben F_1, F_2, Δl_1, Δl_2 és Δl az ismeretlen. Megoldva az egyenletrendszert:

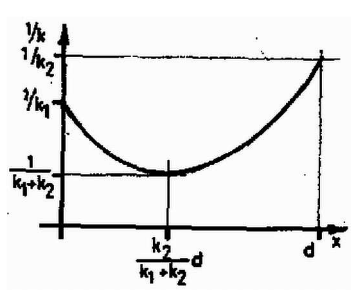
$$\Delta l = F \frac{\frac{1}{k_1} \cdot (d-x)^2 + \frac{1}{k_2} \cdot x^2}{d^2}.$$

Tehát az eredő rugóállandó:

$$k = d^2 \Big/ \left(\frac{1}{k_1} \cdot (d-x)^2 + \frac{1}{k_2} \cdot x^2 \right).$$

Ekkor

$$\frac{1}{k} = \frac{k_1 + k_2}{d^2 k_1 k_2} \left(x - \frac{k_2 d}{k_1 + k_2} \right)^2 + \frac{1}{k_1 + k_2}.$$



4. ábra

A 4. ábrán $\frac{1}{k}$-t x függvényében ábrázoltuk. A görbe parabola, amely az $x = 0$ és az $x = d$ egyeneseket az $\frac{1}{k_1}$, illetve az $\frac{1}{k_2}$ pontban metszi, a metszéspontok esetében csak az egyik rugó nyúlik meg. A kapott függvény minimuma az $x = d \cdot \frac{k_2}{k_1 + k_2}$ pontban van, ahol $\left(\frac{1}{k}\right)_{\min} = \frac{1}{k_1 + k_2}$, vagyis itt a rugóállandók adódnak össze, így

$$k_{\max} = k_1 + k_2.$$

Ez az a helyzet, amikor mindkét rugó megnyúlása egyforma.

A megoldás során feltettük, hogy az F_1, F_2 és az F erők párhuzamosak, ami csak addig teljesül, amíg a rugók relatív megnyúlása kicsi.