

Mi történik a henger felhúzása során? A hidrosztatikai nyomás csökken, így csökken a bezárt levegő nyomása is, ezáltal a hengerbe zárt levegő térfogata nő. Az adatoktól függően előfordulhat, hogy a dugattyú kiesik a hengerből. Ebben a pillanatban a dugattyú súlyából adódó nyomás megszűnik, így a víz benyomul a hengerbe. További emelés során a hengerbe zárt levegőre ható hidrosztatikai nyomás csökken, ezért a gáz térfogata nő. Bizonyos paraméterek esetén a gáz kitölti a henger teljes térfogatát, és közben a henger még mindig vízben van. További emelés során a felesleges levegő eltávozik a hengerből.

Mit érdemes figyelembe venni? Mindenképpen számolni kell a külső nyomás hatásával. Ezenkívül érdemes meggondolni, hogy a vas dugattyú tömege 7,5 kg, aminek térfogata kb. 1 dm^3 . Ezt összevetve a henger teljes $5 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} = 150 \text{ cm}^3$ térfogatával, jól látható, hogy durva közelítés, ha a vas térfogatát figyelmen kívül hagyjuk.

Hogyan lehet leírni a folyamatot? Az 1. ábrának megfelelően legyen $p_k = 10^5 \text{ Pa}$ a külső nyomás, F a hengert tartó erő, p a belső nyomás, G a henger súlya, G_a a dugattyú súlya, A a henger keresztmetszete, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1984-10-332-2.eps

1. ábra

Azzal, hogy g -t 10 m/s^2 -nek tekintjük, 2%-os hibát követünk el. A henger akkor van egyensúlyban, ha a felső lapjára ható különböző nyomásokból eredő erők egyensúlyt tartanak a súly és a tartóerő eredőjével:

$$(1) \quad [p_k + (x - h)\rho_{\text{víz}}g - p]A = F - G.$$

Amíg a hengerből nem szökik el levegő, a gáz állapotának megváltozását izotermikusnak vehetjük:

$$(2) \quad phA = p_0h_0A,$$

ahol p_0 és h_0 a 65 m mélyen mérhető értékek.

Amíg a dugattyú a hengerben van, a rá ható erők egyensúlyt tartanak:

$$pA + G_d = [p_k + (x - l_0)\rho_{\text{víz}}g]A.$$

A dugattyú súlya: $G_d = l_0A\rho_{\text{vas}}g$, ezért előző egyenletünkéből

$$(3) \quad p = (x + l_0)\rho_{\text{víz}}g + p_k - \frac{G_d}{A} = p_k + x\rho_{\text{víz}}g - \frac{G_d}{A} \left(1 - \frac{\rho_{\text{víz}}}{\rho_{\text{vas}}}\right),$$

azaz a belső nyomás egyenlő a külső nyomás és a hidrosztatikai nyomás összegének és a dugattyú súlyából és az arra ható felhajtóerőből származó nyomásnak a különbségével.

A könnyebb számolás kedvéért a vas sűrűségét vegyük $7,5 \text{ kg/dm}^3$ -nek, ami nem okoz lényeges hibát, hisz $g = 10 \text{ m/s}^2$ is kb. ilyen pontosságú. (3)-ból az adatok behelyettesítésével – x -et m-ben mérve –

$$p = (x - 3) \text{ N/cm}^2.$$

Kezdetben $p_0 = 62 \text{ N/cm}^2$, $h_0 = 0,15 \text{ m}$, így a (2) egyenletbe helyettesítve a nyomás kifejezését, h -ra a következő összefüggést kapjuk:

$$(4) \quad h = \frac{9,3}{x - 3} \text{ m}.$$

Ha $h = 0,3 \text{ m}$, a dugattyú leesik. A (4) egyenletből meghatározhatjuk, hogy ekkor a dugattyú $x = 34 \text{ m}$ mélyen van. Az (1), (3) összefüggések tehát a $65 \text{ m} \geq x > 34 \text{ m}$ intervallumban helyesek. Ezeket az összefüggéseket felhasználva $65 \text{ m} \geq x > 34 \text{ m}$ esetén a tartóerőre a következő összefüggést kapjuk:

$$F = G + G_d \left(1 - \frac{\rho_{\text{víz}}}{\rho_{\text{vas}}}\right) - h\rho_{\text{víz}}gA,$$

azaz a tartóerő a súlyerők és a felhajtóerők eredője. (4) segítségével az adatok behelyettesítése után:

$$F = \left(66,2 - \frac{46,5}{x - 3}\right) \text{ N}.$$

$x = 34 \text{ m}$ mélyen a dugattyú leesik, a víz benyomul a hengerbe. Írjuk fel a Boyle–Mariotte törvényt a kezdeti és a jelenlegi állapotra (2. ábra):

$$p_0h_0A = [p_k + (34 \text{ m} - d + h)\rho_{\text{víz}}g]hA.$$

Innen $h = 0,21$ m-t kapunk, így leeséskor $x = 33,79$ m lesz. Ezután addig, amíg a levegő nem tölti ki teljesen a hengert, a levegő a Boyle–Mariotte törvény szerint nyomódik össze:

$$p_0 h_0 A = (p_k + x \varrho_{\text{víz}} g) h A.$$

Ebből

$$h = \frac{p_0 h_0}{p_k + x \varrho_{\text{víz}} g},$$

numerikusan

$$(5) \quad h = \frac{9,3}{x + 10} \text{ m.}$$

A tartóerő ebben az esetben

$$F = G - h \varrho_{\text{víz}} g A = G - \frac{p_0 h_0}{p_k + x \varrho_{\text{víz}} g} \varrho_{\text{víz}} g A,$$

numerikusan

$$F = \left(1,2 - \frac{46,5}{x + 10} \right) \text{ N.}$$

A levegő szökni kezd, ha h túllépi a $0,3$ m értéket. (5) alapján ez $x = 21$ m mélyen következik be. Tehát az előbbi összefüggés F -re a $33,79 \text{ m} \geq x \geq 21 \text{ m}$ intervallumon teljesül.

$x < 21$ m esetén a tartóerő állandó, hiszen a felhajtóerő és a súly állandó:

$$F = G - l \varrho_{\text{víz}} g A = -0,3 \text{ N.}$$

Ez az összefüggés addig érvényes, míg a henger teteje eléri a felszínt, tehát a $21 \text{ m} > x \geq 0,3 \text{ m}$ intervallumban.

Miután a henger teteje eléri a felszínt, a tartóerő lineárisan növekszik. Így a $0,3 \text{ m} > x \geq 0 \text{ m}$ intervallumban

$$F = G - x \varrho_{\text{víz}} g A,$$

numerikusan

$$F = (1,2 - 5x) \text{ N.}$$

Eredményeinket összefoglalva tehát

$$F = \begin{cases} \left(66,2 - \frac{46,5}{x - 3} \right) \text{ N,} \\ \text{ha } 65 \text{ m} \geq x > 34 \text{ m,} \\ \left(1,2 - \frac{46,5}{x + 10} \right) \text{ N,} \\ \text{ha } 33,79 \text{ m} \geq x \geq 21 \text{ m,} \\ -0,3, \text{ N} \\ \text{ha } 21 \text{ m} > x \geq 0,3 \text{ m,} \\ (1,2 - 5x) \text{ N,} \\ \text{ha } 0,3 \text{ m} > x \geq 0. \end{cases}$$

Az F erő x -től való függését a 4. ábrán ábrázoltuk.