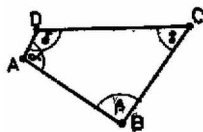


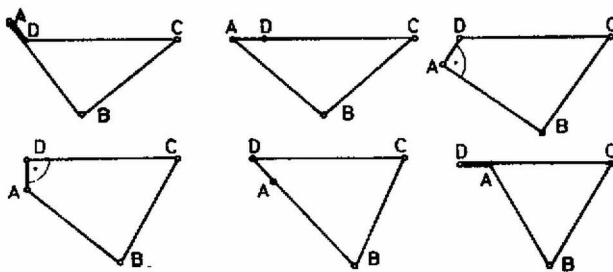
A folyadékhártya a felületi feszültség miatt a minimális felszínű felületre igyekszik összehúzódni. Az összehúzódás mindig csak a kisebb felületű alak felé történhet, tehát a mozgás során a felület nem növekedhet.



1. ábra

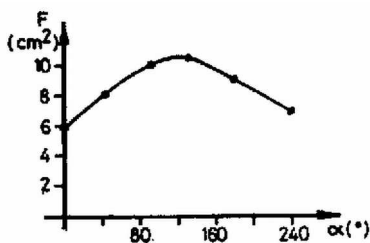
A keret alakját egyértelműen jellemzi az 1. ábrán jelölt  $\alpha$  szög. Azt kell tehát megkeresnünk, milyen  $\alpha$  szög esetén lesz a keret által meghatározott négyszög területe a legkisebb. Ehhez célszerű ábrázolni a négyszög területét,  $F$ -et, az  $\alpha$  szög függvényében. Néhány esetben a négyszöget egyszerűen megszerkeszthetjük, ennek alapján az  $\alpha$  szög könnyen megállapítható, ill. lemérhető,  $F$  pedig egyszerűen kiszámolható. Ezekben az esetekben a keret alakja a 2. ábrán látható;  $\alpha$ , ( $\delta$ ) és  $F$  értékeit az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

$\delta(^{\circ})$		180		90		
$\alpha(^{\circ})$	0	41	90	129	180	240
$F(\text{cm}^2)$	6	7,94	10	10,36	9,17	6,93



2. ábra

(Az ábráról azt is leolvashatjuk, hogy  $\alpha$  legfeljebb  $240^{\circ}$  lehet.) A 3. ábrán látható grafikonon ezeknek az eseteknek a bejelölt pontok felelnek meg. A grafikon további pontjait kaphatjuk meg, ha különböző  $\alpha$  szögek esetén milliméter papíron megszerkesztjük az  $ABCD$  négyszöget, majd „leszámoljuk” a területét. Így megkapjuk a 3. ábrán látható grafikont.



3. ábra

A grafikonról leolvashatjuk, hogy a négyszögnek van egy olyan állása, amikor területe a lehető legnagyobb. Ha  $\alpha$  csökken vagy nő a maximális területhez tartozó  $\alpha_0$  szöghöz képest, akkor a terület csökken. Ezért ha a keretet olyan helyzetben mártjuk az oldatba, amikor  $\alpha < \alpha_0$ , akkor  $\alpha = 0^{\circ}$ -os helyzetűre húzza össze a felületi feszültség, ha pedig  $\alpha > \alpha_0$ , akkor  $\alpha = 240^{\circ}$ -os helyzetűre.

*Megjegyzés.* A terület az 1. ábra jelöléseivel

$$(1) \quad F = \frac{1 \cdot 4 \cdot \sin \alpha}{2} + \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin \gamma}{2}.$$

Írjuk fel a koszinusz-tételt az  $ABD$  és a  $BCD$  háromszögre:

$$BD^2 = 1^2 + 4^2 - 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \cos \alpha,$$

$$BD^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \gamma.$$

E két egyenletből

$$\cos \gamma = \frac{3 + \cos \alpha}{5}.$$

Ezt az összefüggést és a  $\sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}$  egyenlőséget felhasználva

$$F = 2(\sin \alpha + \sqrt{25 - (3 + \cos \alpha)^2}).$$

Ez az  $\alpha$  szög és a négyszög területe közötti pontos összefüggés.