



Tételezzük fel, hogy $l_1 > l_2 + l_3$, továbbá hogy $\varrho_v > \varrho_t$, ahol ϱ_v a víz, ϱ_t az m tömegű test sűrűsége. Foglalkozunk először azzal az esettel, amikor $A_2/A_1 \approx 0$, azaz a test víz alá nyomásakor a vízszintemelkedés elhanyagolható!

1984-03-133-1.eps

1.a ábra

Amíg a test egy része a vízszint felett van, azaz amíg $0 \leq x < l_3$ (1.a ábra), a rá ható felhajtóerő és a súlyerő eredője

$$F = \varrho_v A_2 g (l_2 + x) - mg,$$

ahol x a hasáb elmozdulása kezdeti helyzetéhez viszonyítva. (Ha a test kezdetben úszik, akkor az $x = 0$ esetben ez az erő nulla.) Ezt az erőt a 2. ábrán ábrázoltuk. Az ábráról leolvasható, hogy az $x = l_3$ helyzet eléréséhez

$$(1) \quad W_1 = \varrho_v A_2 g \frac{2l_2 + l_3}{2} l_3 - mgl_3$$

munkát kell végezni.

Amint a test teljes egészében víz alá kerül, a felhajtóerő állandó lesz mindaddig, míg a hasáb el nem éri az edény alját.

$$F = \varrho_v A_2 g (l_2 + l_3) - mg.$$

Ehhez – mint az az 1.b ábráról könnyen leolvasható – még $(l_1 - l_2 - l_3)$ elmozdulásra van szükség, így a végzett munka:

$$(2) \quad W_2 = \varrho_v A_2 g (l_2 + l_3) (l_1 - l_2 - l_3) - mg(l_1 - l_2 - l_3).$$

1984-03-133-2.eps

1.b ábra

A teljes munkát ($A_2/A_1 \approx 0$ esetén) (1) és (2) összege adja (a 2. ábrán a bevonalkázott rész területe).

1984-03-133-3.eps

2. ábra

$$(3) \quad \begin{aligned} W &= W_1 + W_2 = \varrho_v A_2 g \left[\frac{2l_2 + l_3}{2} l_3 + (l_2 + l_3) (l_1 - l_2 - l_3) \right] - mg(l_1 - l_2) = \\ &= \varrho_v A_2 g \left[(l_2 + l_3) (l_1 - l_2) - \frac{l_3^2}{2} \right] - mg(l_1 - l_2). \end{aligned}$$

Ha $A_2/A_1 > 0$, akkor edényünkben a víz szintje megemelkedik Δl -el (1.b ábra). Ehhez nyilván munkát kell végeznünk, éspedig annyit, amennyi a Δl vastagságú víréteg helyzeti energiája az eredeti vízszinthez képest:

$$(4) \quad \Delta W = \Delta E_h = \varrho_v g A_1 \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \varrho_v A_1 g \frac{(\Delta l)^2}{2}.$$

A térfogatnövekedést a hasáb kiálló részének víz alá nyomása eredményezte, ezért $\Delta V = A_1 \cdot \Delta l = A_2 l_3$, ahonnan

$$(5) \quad \Delta l = \frac{A_2}{A_1} l_3.$$

Így (4) alapján

$$(6) \quad \Delta W = \varrho_v A_2 g \frac{A_2}{A_1} \frac{l_3^2}{2}.$$

A tényleges munkavégzés tehát az $A_2/A_1 \neq 0$ esetben (3) és (6) összege:

$$W_{\text{összes}} = \varrho_v A_2 g \left[(l_2 + l_3) (l_1 - l_2) - \frac{l_3^2}{2} \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \right) \right] - mg(l_1 - l_2),$$

ami tehát annál nagyobb, minél közelebb van az A_2/A_1 viszony az 1-hez.