

A két test mozgásegyenletei a következők:

$$\begin{aligned}(1) \quad & MA = F - S_1 - N_2, \\(2) \quad & mA = N_2, \\(3) \quad & ma = F - mg - S_2,\end{aligned}$$

ahol A a testek vízszintes irányú, a az m tömegű testfüggőleges irányú gyorsulása, S_1 a talaj és az M tömegű test közt, S_2 a két test közt ható súrlódási erő, N_2 a testek közt ható nyomóerő.

1984-01-035-2.eps

Az M tömegű testre ható függőleges erők egyensúlya miatt

$$(4) \quad N_1 = Mg + F - S_2,$$

ahol N_1 az M tömegű testre ható nyomóerő.

Az F , μ , M és m paraméterek értékétől függően a két test többféleképpen mozoghat:

I. Ha

$$F \leq \mu(Mg + F), \quad \text{azaz} \quad F \leq \mu Mg/(1 - \mu),$$

akkor M áll, $A = 0$. Továbbá $N_2 = 0$, $S_2 = 0$, és (3) miatt $a = F/m - g$.

II. Ha $F > \mu Mg/(1 - \mu)$, akkor a testek vízszintes irányban elmozdulnak, $A > 0$.

1984-01-036-3.eps

Ebben az esetben háromféle mozgás lehetséges:

- a) $a > 0$; m felfelé mozog,
- b) $a = 0$; m és M összetapadva mozog,
- c) $a < 0$; m lefelé mozog.

$$\begin{aligned}(5) \quad & a) \quad S_1 = \mu N_1, \\(6) \quad & S_2 = \mu N_2, \\(7) \quad & F > mg + S_2.\end{aligned}$$

Az (1)–(6)-egyenletrendszerből

$$\begin{aligned}A &= \frac{(1 - \mu)F - \mu Mg}{M + m - \mu^2 m}, \\a = \frac{F}{m} - g - \mu A &= \frac{M + m - \mu m}{m(M + m - \mu^2 m)} \left(F - mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m} \right).\end{aligned}$$

(7)-ből azt kapjuk, hogy ekkor teljesülnie kell az

$$(8) \quad F > mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m}$$

feltételnek.

$$\begin{aligned}(9) \quad & b) \quad S_1 = \mu N_1, \\(10) \quad & S_2 = F - mg, \\(11) \quad & |S_2| \leq \mu N_2.\end{aligned}$$

Az (1)–(4), (9), (10) egyenletrendszerből

$$A = F/(M + m) - \mu g, \quad a = 0.$$

Ennek a mozgásnak a szükséges feltétele (11) alapján:

$$(12) \quad mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m} \leq F \leq mg \frac{(M + m)(1 - \mu^2)}{M + m - \mu m}.$$

$$(13) \quad c) S_1 = \mu N_1,$$

$$(14) \quad S_2 = -\mu N_2,$$

$$(15) \quad F < mg - S_2.$$

A korábbiakhoz hasonlóan kapjuk az (1)–(4), (13)–(15) egyenletrendszerből a gyorsulásokat és a megvalósulás feltételeit:

$$(16) \quad \begin{aligned} A &= \frac{(1-\mu)F - \mu Mg}{M + m + \mu^2 m}, \\ a &= \frac{F}{m} - g + \mu A = \frac{M + m + \mu m}{m(M + m + \mu^2 m)} \left(F - mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m} \right), \\ F &< mg \frac{(M + m)(1 + \mu^2)}{M + m + \mu m}. \end{aligned}$$

Mivel a (8), (12), (16) feltételek közül mindig pontosan egynek teljesülnie kell, és a II. esetben a), b) és c) kimerítik a rendszer mozgására vonatkozó összes lehetőséget, azért a (8), (12), (16) feltételek nemcsak szükségesek, hanem elégségesek is az a), b), illetve c) szerinti mozgás megvalósulásához.