

Jelölje a 0 index a normál állapotú adatokat, míg az 1 index a lineáris térfogatváltozással elért értékeket ($T_0 = 273\text{K}$, $V_0 = 8 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$, $p_0 = 10^5\text{ Pa}$, $V_1 = 12 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$, $p_1 = 1,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$). A feladat szerint a nyomás és a térfogat között lineáris az összefüggés:

$$(1) \quad p = \alpha V.$$

A teljes hőmérsékletváltozás felének megfelelő hőmérsékletet jelöljük T^* -gal:

$$(2) \quad T^* = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{2} = \frac{T_1 + T_0}{2}.$$

A T^* hőmérséklethez tartozó térfogatot az egyesített gáztörvényből határozhatjuk meg: $p_0 V_0 / T_0 = p^* V^* / T^*$.

Az (1) és (2) egyenleteket felhasználva kapjuk:

$$(3) \quad \frac{(V^*)^2}{V_0^2} = \frac{T_1 + T_0}{2T_0}.$$

Az egyesített gáztörvényből

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} T_0 = \frac{V_1^2}{V_0^2} T_0.$$

Ezt beírva (3)-ba

$$V^* = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_0^2}{2}} = \sqrt{104} \text{ l} = 10,2 \text{ l}.$$

Az állapotváltozás során felvett hőt az I. főtételből határozhatjuk meg:

$$(4) \quad \Delta U = Q + W,$$

ahol ΔU a belső energia változása, W a gázon végzett munka, Q pedig a gáz által felvett hő. A belső energiát ideális gázoknál a gáz hőmérséklete egyértelműen meghatározza és változása

$$(5) \quad \Delta U = c_v m \Delta T,$$

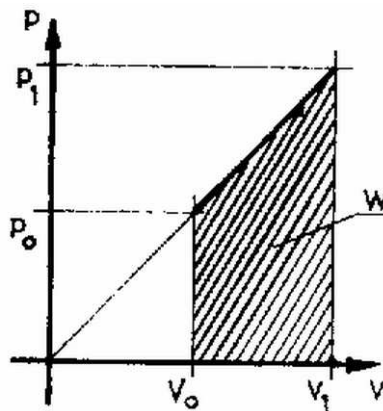
ahol c_v az állandó térfogathoz tartozó fajhő, m a gáz tömege.

A nitrogén kétatomos gáz, így $c_v = (5/2)(k/m_0)$, ahol k a Boltzmann-állandó, m_0 a nitrogén molekula tömege. A gáz tömegének kiszámításához az egyesített gáztörvény következő alakját használjuk:

$$p_0 V_0 = m(k/m_0) T_0.$$

A hőmérsékletváltozást már előbb kiszámítottuk; mindezt beírva (5)-be

$$(6) \quad \Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{k}{m_0} \cdot \frac{p_0 V_0}{T_0(k/m_0)} \left(\frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} - 1 \right) T_0 = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_0 V_0).$$



A gázon végzett munkát az ábrán látható pV diagram segítségével határozhatjuk meg; a végzett munka az állapotváltozást leíró egyenes alatti területtel egyenlő:

$$W = \frac{p_0 + p_1}{2} (V_1 - V_0).$$

A gáz által felvett hő tehát

$$Q = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_0 V_0) + \frac{p_0 + p_1}{2} (V_1 - V_0).$$

A megadott adatokat behelyettesítve $Q = 3000\text{ J}$ -t kapunk.