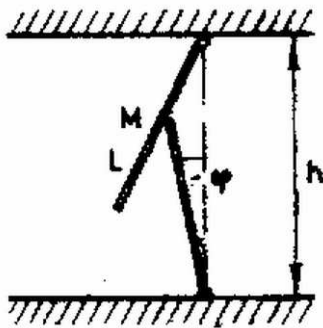
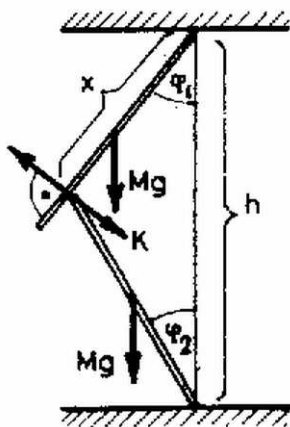




Jelölje K a két rúd közt ható erőt! Mivel nincs súrlódás, K merőleges a felső rúdra. Írjuk fel a forgatónyomatékok egyensúlyát a nyugalmi helyzetben az alsó, ill. a felső rúdra!

$$(1) \quad Mg(L/2) \sin \varphi_2 = KL \sin(\pi/2 - \varphi_1 - \varphi_2),$$

$$(2) \quad Mg(L/2) \sin \varphi_1 = Kx.$$



A szinusztételből

$$(3) \quad x/L = \sin \varphi_2 / \sin \varphi_1,$$

a koszinusztételből

$$(4) \quad h^2 = x^2 + L^2 - 2Lx \cos(\pi - \varphi_1 - \varphi_2).$$

A négy egyenlet rendezésével kiküszöbölhetjük φ_1, φ_2 -t és K -t. Így a következő összefüggést kapjuk:

$$(5) \quad \left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{h^2 - L^2}{L^2} = 0.$$

Adott h -hoz kiszámítható x és ebből a szögek.

Vizsgáljuk meg, mikor van megoldása az (5) egyenletnek!

Nyilván $0 < x \leq L$.

Ebben az intervallumban az $\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L}\right)^2$ kifejezés monoton növekvő függvénye x -nek, $x = 0$ -ban értéke nulla, tehát az (5) egyenletnek csak akkor létezik megoldása, ha $h > L$. Az említett kifejezésnek maximuma van $x = L$ -nél és ekkor értéke $3/2$. Tehát ahhoz, hogy az (5) egyenletnek létezzék megoldása, teljesülnie kell a

$$\frac{3}{2} \geq \frac{1}{2} \frac{h^2 - L^2}{L^2}$$

egyenlőtlenségnek. Ez ekvivalens a $h \leq 2L$ feltétellel.

Ahhoz tehát, hogy az (5) egyenletnek legyen olyan megoldása, amelyre $0 < x \leq L$, szükséges, hogy teljesüljön az $L < h \leq 2L$ feltétel. Könnyen belátható, hogy ez elégséges feltétel is. $h = 2L$ esetén azonban olyan megoldást kapunk, amelyre $\varphi = 0$. Tehát a csuklók tetszőleges $L < h < 2L$ távolsága esetén az (1)-(4) egyenletrendszernek van megoldása, s így ekkor a pálcáknak van olyan egyensúlyi helyzete, amelyre $0 < \varphi < \pi/2$.