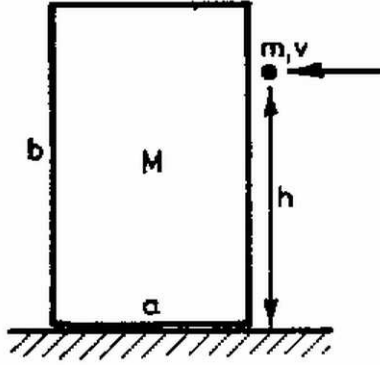


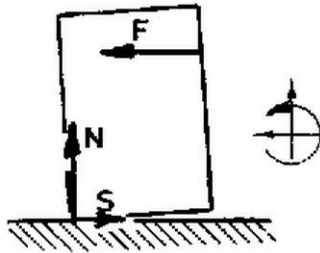


Ha a golyó t idő alatt fékeződik le teljesen, akkor a ládára átlagosan $F = mv/t$ nagyságú erővel hat, ahol mv a golyó mozgásmennyisége. A nagyon kis t esetét vizsgáljuk, vagyis azt, amikor F olyan nagy, hogy a becsapódás ideje alatt a súlyerőt elhanyagolhatjuk.

A becsapódó golyó a ládát megbillentheti. A következő esetek lehetségesek:

- A) A láda balra billen, a bal alsó éle nem csúszik meg (1. ábra).
- B) A láda balra billen, és a bal alsó éle jobbra csúszik (2. ábra).
- C) A láda balra billen, és a bal alsó éle balra csúszik (3. ábra).
- D) A láda jobbra billen, és a jobb alsó éle balra csúszik (4. ábra).

Jobbra billenve a láda jobbra nem csúszhat, és a láda éle helyben sem maradhat, mert ekkor a tömegközéppont is jobbra gyorsulna, ami ellenkezne a mozgásmennyiség megmaradásával. Annál az élnél, amely körül a láda billen, a ládára ható erőt felbontottuk a talajra merőleges N nyomóerőre, és az S súrlódási erőre. A feladat csak azt kérdezi, hogy mikor valósul meg az A eset, de a pontos válaszhoz a másik hármat is meg kell vizsgálni, vegyük tehát sorra őket! A golyó m tömegét el fogjuk hanyagolni a láda M tömege mellett.



1. ábra

A) (1. ábra) A láda tömegközéppontjának vízszintes és függőleges irányú gyorsulása akkor, ha az él nem csúszik meg: $a_x = \beta b/2$, $a_y = \beta a/2$, ahol β a láda szöggyorsulása; a pozitív irányokat az 1. ábrán jelöltük. A három ismeretlenhez $-N$, S , β – három mozgásegyenletet írhatunk fel:

$$\begin{aligned} M\beta a/2 &= N, \\ M\beta b/2 &= F - S, \\ \Theta\beta &= Fh. \end{aligned}$$

Θ a forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta = \Theta_0 + M \frac{a^2 + b^2}{4} = M \frac{a^2 + b^2}{3} = M \frac{c^2}{3}; \quad c \text{ a téglalap átlója.}$$

A megoldás:

$$\beta = (F/M)(3h/c^2), \quad N = F(3/2)(ah/c^2), \quad S = F[1 - (3/2)(hb/c^2)].$$

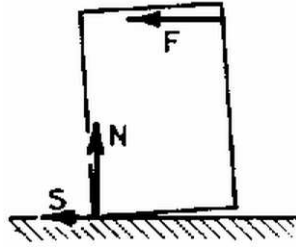
E mozgás megvalósulása esetén szükségképpen

$\beta > 0$ (a láda balra billen),

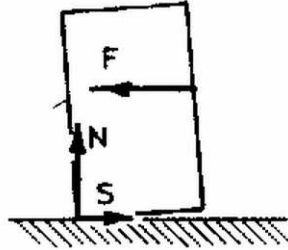
$|S| \leq \mu N$ (a láda nem csúszik meg).

Az első feltétel mindig teljesül, a második pedig akkor, ha

$$\left| \frac{2}{3} \frac{c^2}{ha} - \frac{b}{a} \right| \leq \mu.$$



2. ábra



3. ábra

(B, C) (2–3. ábra) Ezt a két esetet együtt tárgyaljuk, és ahol eltérés van, ott azt a $\frac{B}{C}$ helyzetbe írt jelekkel különböztetjük meg. A vízszintes gyorsulásra most nincs kényszerfeltétel, ezért eggyel kevesebb mozgásegyenletünk van:

$$M\beta a/2 = N;$$

a forgás mozgásegyenlete a láda tömegközéppontjára nézve

$$M(c^2/12)\beta = F(h - b/2) - Na/2 - Sb/2;$$

a súrlódási erő csúszáskor:

$$S = \pm \mu N.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$N = \frac{F \left(h - \frac{b}{2} \right)}{\frac{c^2}{6a} + \frac{a}{2} \pm \mu \frac{b}{2}}, \quad \beta = \frac{2N}{Ma}, \quad S = \pm \mu N.$$

Ebben az esetben a következő feltételeknek kell teljesülniük:

$\beta > 0$ (a láda balra billen),

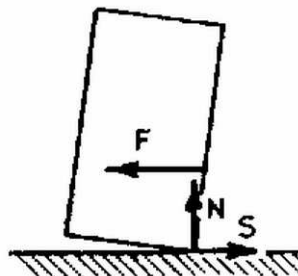
$\frac{F+S}{M} < \beta \frac{b}{2}$ (a láda jobbra, illetve balra csúszik).

A megoldásokat behelyettesítve egy egyenlőtlenségrendszerhez jutunk, amelynek megoldása a B esetben:

$$h > \frac{b}{2} \quad \text{és} \quad \frac{b}{a} - \frac{2}{3} \frac{c^2}{ah} > \mu.$$

A C esetben teljesülniük kell az alábbi feltételeknek:

$$h > \frac{b}{2} \quad \text{és} \quad \mu < \frac{2}{3} \frac{c^2}{ah} - \frac{b}{a} \quad \text{vagy} \quad h < \frac{b}{2} \quad \text{és} \quad \frac{2}{3} \frac{c^2}{ah} - \frac{b}{a} < \mu.$$



4. ábra

D) (4. ábra). A mozgásegyenletek és a súrlódási erőre vonatkozó egyenlet:

$$\begin{aligned} -M\beta a/2 &= N, \\ M(c^2/12)\beta &= F(h - b/2) + Na/2 + Sb/2, \\ S &= \mu N. \end{aligned}$$

A megoldásuk:

$$N = -F \frac{h - \frac{b}{2}}{\frac{c^2}{6a} + \frac{a}{2} + \mu \frac{b}{2}}, \quad \beta = -\frac{2N}{Ma}, \quad S = \mu N.$$

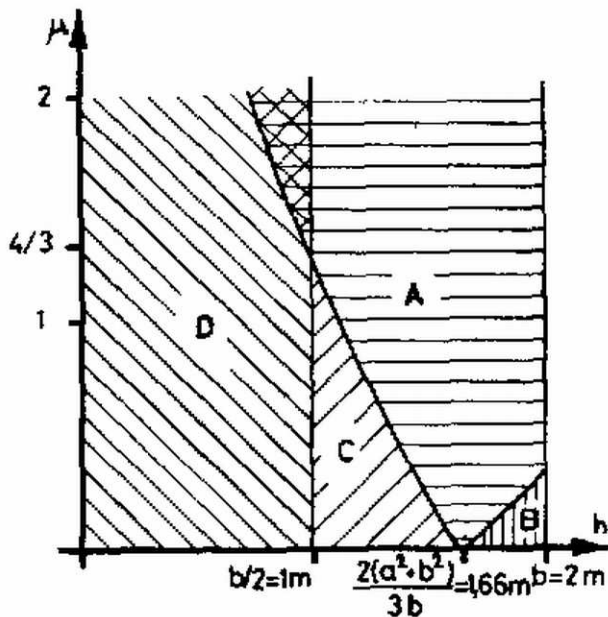
Ekkor az alábbi feltételeknek kell teljesülniük:

$\beta < 0$ (a láda jobbra billen),

$\frac{F - S}{M} > \beta \frac{b}{2}$ (a láda balra csúszik).

A megoldásokat behelyettesítve kapjuk, hogy akkor teljesül mindkét feltétel, ha $h < b/2$.

A különféle esetek megválaszolásához *szükséges* feltételeket az 5. ábrán tekintjük át.



5. ábra

Látható, hogy ha $\frac{2a^2 + b^2}{3} > b$, azaz $b < a\sqrt{2}$, akkor a B tartomány üres halmaz.

A $h < \frac{b}{2}$, $\frac{2c^2}{3ah} - \frac{b}{a} < \mu$ feltételekkel leírt tartományban ábránk szerint az A, C és D eset egyaránt lehetséges. A valóságban az F erő egy kicsit előbb fogja gyorsítani és forgatni a ládát, mint az $N + S$ kényszererő, mert az utóbbihoz a test rugalmas deformációja is szükséges. A golyó becsapódásának kezdetén ezért jobbra forog a láda, a jobb alsó éle feszül a talajnak, ezért a D eset valósul meg a három lehetséges közül. Mivel az A – D eseteken kívül más nem lehetséges, azért az ábrát ismét figyelembe véve láthatjuk, hogy az A eset akkor és csak akkor valósul meg, ha

$$h > \frac{b}{2} \quad \text{és} \quad \left| \frac{2c^2}{3ha} - \frac{b}{a} \right| \leq \mu.$$

A megadott méretű ládára e feltételek:

$$h > 1 \text{ m} \quad \text{és} \quad |10 \text{ m}/3h - 2| \leq \mu.$$