

A h magasságból leejtett medve sebessége a cölöppel való ütközés előtti pillanatban

$$(1) \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Az ütközés rugalmatlan. Legyen u a két test együttes sebessége az ütközés után. Az impulzusmegmaradás törvényéből

$$(2) \quad m_2 v = (m_1 + m_2)u,$$

ahol m_1 a cölöp, m_2 a medve tömege.

A talaj F átlagos erővel hat a cölöpre, ezért a cölöp és a medve $-a$ gyorsulással u sebességről zérus sebességre fékeződik le. Közben $s = 2$ cm utat tesznek meg. Így teljesül a következő összefüggés:

$$(3) \quad u = \sqrt{2as}.$$

Írjuk fel az $m_1 + m_2$ tömegű testre Newton II. törvényét:

$$(4) \quad -F + (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)(-a).$$

Az (1), (2) és (3) összefüggés felhasználásával a gyorsulás értéke meghatározható:

$$-a = -\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} g \frac{h}{s}.$$

A (4) összefüggés alapján F értéke:

$$F = \frac{m_2^2}{m_1 + m_2} g \frac{h}{s} + (m_1 + m_2)g.$$

A feladat adataival a talaj fékezőereje $F = 1,7 \cdot 10^5$ N.

A cölöpre maximálisan G súlyt tehetünk anélkül, hogy a cölöp tovább süllyedne. Az egyensúlyt a talaj F ellenereje biztosítja:

$$G + m_1 g = F.$$

Innen

$$G = F - m_1 g = 1,64 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

A cölöp tehát $1,64 \cdot 10^4$ kg tömeget bír el további süllyedés nélkül.

Molnár István (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. Sok megoldó az energiamegmaradás törvénye alapján próbálta megoldani a feladatot. A talajerő így is meghatározható, ha figyelembe vesszük, hogy az ütközés rugalmatlan, és így a mechanikai energia egy része hővé alakul. Ez a hő az (1), (2) összefüggések alapján könnyen meghatározható:

$$Q = \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} gh = 4800 \text{ J}.$$

Az ütközés után F értéke a munkatétel alapján számolható:

$$(1/2)(m_1 + m_2)u^2 + (m_1 + m_2)gs = Fs.$$

A (3) összefüggést felhasználva F -re az előbbi kifejezést kapjuk.