

Mozogjon a denevér v_1 , a lepke v_2 sebességgel. Feltehető, hogy $v_1 < c$ és $v_2 < c$, ahol c a hang terjedési sebessége levegőben.

A denevér f_1 frekvenciájú hangot bocsát ki, a lepke f' frekvenciájú hangot észlel és ezt veri vissza, amit a denevér f_2 frekvenciának észlel. Teremtsünk kapcsolatot f_1 és f_2 között!

A Doppler hatás alapján – ha v_1 sebességgel mozog a hangforrás (denevér) és v_2 vel a megfigyelő (lepke) – a kibocsátott (f_1) és észlelt (f') frekvencia között a következő kapcsolat áll fenn:

$$(1) \quad f' = f_1 \frac{1 - \frac{v_2}{c}}{1 - \frac{v_1}{c}}.$$

A lepkéről történő visszaverődést úgy tekinthetjük, mintha egy v_2 sebességgel mozgó hangforrás f' frekvenciájú hangot bocsátana ki. A hang terjedési iránya most ellentétes a sebességek irányával, így a denevér által észlelt hang frekvenciája:

$$(2) \quad f_2 = f' \frac{1 + \frac{v_1}{c}}{1 + \frac{v_2}{c}}.$$

Az (1), (2) egyenletek felhasználásával kifejezhetjük v_2 -t:

$$(3) \quad v_2 = c \frac{c(f_1 - f_2) + v_1(f_1 + f_2)}{c(f_1 + f_2) + v_1(f_1 - f_2)}.$$

Ennek felhasználásával könnyen beláthatjuk, hogy $v_2 > v_1$, tehát a denevér nem éri utol a lepkét. Ugyanis a

$$c^2 > v_1^2, \quad f_1 > f_2$$

egyenlőtlenségekből következik, hogy

$$c [c(f_1 - f_2) + v_1(f_1 + f_2)] > v_1 [c(f_1 + f_2) + v_1(f_1 - f_2)].$$

Innen (3) figyelembevételével valóban adódik, hogy $v_2 > v_1$.

Árkossy Ottó (Esztergom, Dobó K. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Sokan a lepkéhez rögzített koordináta-rendszerben próbálták megoldani a feladatot, és figyelmen kívül hagyták, hogy ekkor a Doppler hatás képletében a hangsebességet $(c - v_2)$ -nek, illetve $(c + v_2)$ -nek kell tekinteni.