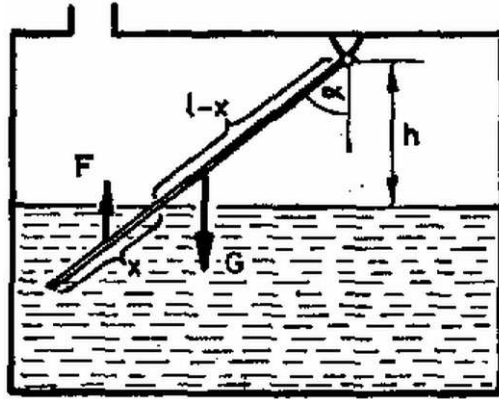


Zárjon be a rúd a függőlegessel α szöget, és merüljön x hosszúságú darabja a vízbe. A rúd felezőpontjában támadó G súlyerő a kitérés szögét csökkenteni, a vízbe merülő rész felezőpontjában ható F felhajtóerő pedig növelni igyekszik.



1. ábra

A felfüggesztési ponton felírt eredő forgatónyomaték (1. ábra):

$$(1) \quad M = F(l - x/2) \sin \alpha - G \cdot l/2 \cdot \sin \alpha,$$

Írjuk fel a felhajtóerőt ($F = Ax\rho_{\text{víz}}g$), a súlyerőt ($G = Al\rho g$), valamint a vízbe merülő szakasz hosszát $x = l - h/\cos \alpha$, és helyettesítsük be a forgatónyomaték (1) alatti kifejezésébe:

$$(2) \quad M = \frac{Al^2g}{2} \left\{ \rho_{\text{víz}} \left[1 - \left(\frac{h}{l \cos \alpha} \right)^2 \right] - \rho \right\} \sin \alpha.$$

Itt A a rúd keresztmetszet-területét, ρ a sűrűségét jelenti.

Egyensúly esetén $M = 0$. Ez két módon következhet be.

1. $\sin \alpha = 0$, azaz a rúd függőleges,

$$2. \left\{ \rho_{\text{víz}} \left[1 - \left(\frac{h}{l \cos \alpha} \right)^2 \right] - \rho \right\} = 0.$$

Az első eset mindig megoldása a feladatunknak (h -tól függetlenül). A második eset csak akkor következhet be, ha h már kellően kicsivé vált, lévén $\cos \alpha$ maximális értéke 1:

$$(3) \quad h < l \sqrt{\frac{\rho_{\text{víz}} - \rho}{\rho_{\text{víz}}}}.$$

Amíg ez a feltétel nem teljesül, addig a rúd függőleges állású marad, és ez a helyzete stabilis: a forgatónyomaték előjele a kitéréssel ellentétes előjelű [lásd a (2) egyenletet], azaz a pálcá visszabillen kis kitérések után egyensúlyi helyzetébe. Ezzel az esettel akkor kell számolnunk, amikor $\rho \geq \rho_{\text{víz}}$, ill. ha $\rho < \rho_{\text{víz}}$ esetén a vízszint az edényben még nem érte el a (3) feltétellel megadott magasságot.

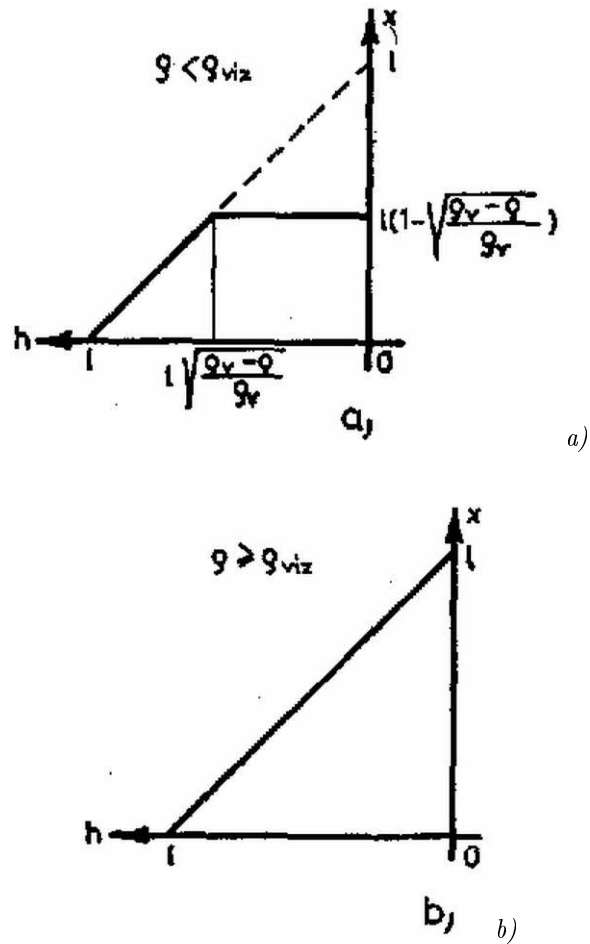
Mihelyt azonban eléri, a függőleges helyzet mellett egy másik állásban is bekövetkezhet az egyensúly (2. eset), amelyhez tartozó dőlésszögre

$$(4) \quad \cos \alpha = \frac{h}{l} \sqrt{\frac{\rho_{\text{víz}}}{\rho_{\text{víz}} - \rho}},$$

és a vízbe merülő szakasz hossza

$$x = l - \frac{h}{\cos \alpha} = l \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{\text{víz}} - \rho}{\rho_{\text{víz}}}} \right)$$

azaz független a h -tól. Most a függőleges rúdállás labilis egyensúlyi helyzetű [a (2) egyenletben az $\alpha = 0$ hely környezetében a $\sin \alpha \approx \alpha$ együtthatója pozitív, így a forgatónyomaték tovább billenti a rudat az egyensúlyi helyzetből való kicsiny kitérés után], míg a ferde rúdhelyzet stabilis. A 2. ábrán szemléltetjük a rúd vízbe merülő részének hosszát h függvényében. Szaggatottan a labilis egyensúlyi állapothoz tartozó viszonyokat ábrázoltuk.



2. ábra

Fodor Gyula (Bp., Móricz Zs. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján