

Az 1773. feladat megoldásának gondolatmenetét használjuk fel most is. Gondolatban levágjuk a lencse n törésmutatójú domború részét és eltávolítjuk messze a maradék résztől. Az 1773. feladat megoldásának (1) képlete adja meg a képtávolságot erre az esetre. Ezután visszatoljuk a levágott részt az n törésmutatójú közeghez úgy, hogy csak egy elhanyagolható vastagságú levegőréteg (plánparalel lemez) maradjon ott. Ennek hatására a képtávolság a (2) képletnek megfelelően változik meg. Esetünkre alkalmazva a fentieket az első gömbfelület leképezése:

$$(1) \quad \frac{1}{t} + \frac{n}{k'} = \frac{n-1}{r_1},$$

ahol t a tárgy távolsága az r_1 sugarú gömbfelülettől.

A keletkező kép a második leképezés számára tárgy, ahol a tárgytávolság

$$(2) \quad t' = d - k'.$$

A második leképezésre

$$(3) \quad \frac{1}{k} + \frac{n}{t'} = \frac{n-1}{r_2}.$$

Az (1), (2) és a (3) egyenletekből

$$(4) \quad k = \frac{t[(n-1)dr_2 - nr_1r_2] - dr_1r_2}{t[d(n-1)^2 - n(n-1)(r_1+r_2)] + dr_1(n-1) - nr_1r_2}.$$

$t \rightarrow \infty$ esetén $k \rightarrow f_1$, így

$$(5) \quad f_1 = \frac{nr_1r_2}{n(n-1)(r_1+r_2) - (n-1)^2d} - \frac{dr_2}{n(r_1+r_2) - (n-1)d}.$$

Az indexek cseréjével kapjuk f_2 -t:

$$(6) \quad f_2 = \frac{nr_1r_2}{n(n-1)(r_1+r_2) - (n-1)^2d} - \frac{dr_1}{n(r_1+r_2) - (n-1)d}.$$

A képtávolság (4) kifejezése meglehetősen bonyolult és az (5), (6) által megadott f_1 , ill. f_2 különböző fókusz távolságok sem könnyen mérhető és használható fizikai mennyiségek. Ezért célszerű bevezetni olyan transzformációt, amely *a)* a képtávolság kiszámításához könnyebben kezelhető képletet ad és *b)*, amely a jobb és bal oldali fókusz távolságot ugyanannyinak adja. Azaz célszerű olyan transzformációt bevezetni, amely formailag a jól ismert vékony lencsére vezet vissza a vastag lencsét.

Megmutatjuk, hogy ha a kép és tárgytávolságokat nem a lencse amúgy is nehezen definiálható végétől, hanem az úgynevezett fősíkoktól mérjük, akkor alkalmasan definiált fókusz távolsággal a vastag lencsére is a vékony lencsénél használatos

$$(7) \quad 1/\varkappa + 1/\tau = 1/\varphi$$

leképezési törvény lesz igaz, ahol $\varkappa$ és τ a fősíkoktól mért kép- és tárgytávolság, φ pedig a transzformációval nyert fókusz távolság.

Az (5) és (6) kifejezésekből elég könnyű meghatározni a fősíkok helyzetét. Vezessük be a

$$d_1 = \frac{dr_2}{n(r_1+r_2) - (n-1)d}$$

és

$$d_2 = \frac{dr_1}{n(r_1+r_2) - (n-1)d}$$

új jelöléseket, és vigyük át a d_1 , d_2 mennyiségeket (5), ill. (6) jobb oldalára. Ekkor az

$$(5') \quad f_1 + d_2 = \frac{nr_1r_2}{n(n-1)(r_1+r_2) - (n-1)^2d},$$

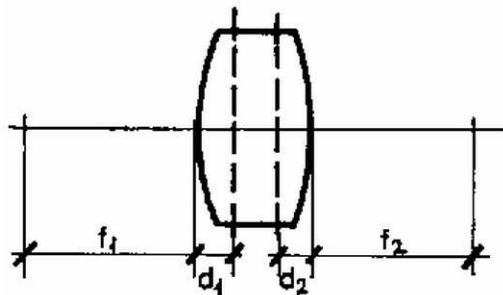
$$(6') \quad f_2 + d_2 = \frac{nr_1r_2}{n(n-1)(r_1+r_2) - (n-1)^2d}.$$

egyenleteket kapjuk, amelyeknek a jelentése a következő. Ha a fókusz távolságot nem a lencse végétől, hanem a fókuszoktól mérjük, amelyeket a lencsében a végtől d_1 , ill. d_2 távolságban helyezünk el (lásd az ábrát), akkor a jobb és bal oldali fókusz távolság megegyezik, mégpedig

$$\varphi = \frac{nr_1r_2}{n(n-1)(r_1+r_2) - (n-1)^2d},$$

azaz

$$\frac{1}{\varphi} = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{d(n-1)}{r_1r_2n} \right].$$



Ezzel kielégítettük a *b*) követelményét. Kicsit hosszadalmasabb, de direkt számítással azt is meg lehetne mutatni, hogy ha a képtávolságot, ill a tárgytávolságot az adott fókuszoktól mérjük azaz ha

$$\tau = t + d_1 \quad \text{és} \quad \kappa = k + d_2$$

akkor a (7) egyenlet adja meg a leképzési törvényt.

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)